

СХЕМЫ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ МАНАКОВА

Качулин Д.И.^{1,2*}, **Чеховской И.С.**¹, **Медведев С.Б.**^{3,1},
Седов Е.В.^{1,4}, **Васева И.А.**^{3,1}, **Федорук М.П.**^{1,3}

¹ Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск

² Сколковский институт науки и технологий, г. Москва

³ Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий, г. Новосибирск

⁴ Институт фотонных технологий Астона, Университет Астона, г. Бирмингем, Великобритания

*E-mail: d.kachulin@gmail.com DOI 10.24412/2308-6920-2023-6-363-364

В последние годы наблюдается повышенный интерес к разработке новых подходов для компенсации нелинейности в оптических линиях связи. Одним из перспективных подходов является набор методов и алгоритмов, основанных на нелинейном преобразовании Фурье (Nonlinear Fourier Transform – NFT), также известный как метод обратной задачи рассеяния (МОЗР). NFT может рассматриваться как обобщение стандартного линейного преобразования Фурье и применяться для решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ). Несмотря на то, что сам по себе метод обратной задачи рассеяния был предложен ещё в 1972 году [1], в волоконной оптике интерес к нему усилился в последние годы из-за растущих потребностей телекоммуникационного сектора.

Использование NFT позволяет упростить анализ НУШ и свести сложную нелинейную динамику к простой эволюции в определенном базисе – так называемом нелинейном спектре сигнала, связанным со спектральной задачей Захарова-Шабата (ЗШ). После нахождения нелинейного спектра и расчета его эволюции с помощью элементарных преобразований оказывается возможным получить поле сигнала на любом расстоянии в световоде. Таким образом, открывается теоретическая возможность идеально компенсировать влияние нелинейных эффектов, воздействующих на сигнал, во время его распространения по оптическому волокну. Увеличение пропускной способности линии связи с помощью данного подхода было недавно продемонстрировано в эксперименте [2].

Однако на текущий момент исследования в области применения NFT для компенсации нелинейных эффектов в основном были сконцентрированы на одноканальных режимах. Совсем недавно в связи с развитием теоретических подходов и численных алгоритмов стала актуальной задача по использованию NFT в приложении к многомодовым волокнам (MMF). Первые работы показали, что в определенных условиях NFT может применяться в MMF для каждой моды отдельно, что значительно уменьшает вычислительную сложность задачи [3]. Однако остается крайне актуальным рассмотрение более широкого диапазона режимов, а также применения NFT к другим типам волокон с пространственным уплотнением сигнала, в ряду которых отдельно стоит отметить многосердцевидные волокна (MCF). Для уравнений Манакова, используемых при описании динамики оптического поля в MMF, прямое NFT для решения спектральной задачи вместо системы ЗШ использует систему Манакова.

В данной работе мы представляем обобщение двух схем четвертого порядка точности – трехэкспоненциальной схемы TES4, а также экспоненциальной схемы ES4 для решения прямой задачи рассеяния для системы Манакова. Впервые эти схемы были представлены в работе [4]. Для вычисления матричной экспоненты в схеме ES4, мы применяем диагональную аппроксимацию Паде 7-го порядка.

Численное исследование предложенных обобщений схем было проведено для случая аномальной дисперсии на примере классического сигнала, заданного в виде гиперболического секанса $q_1(t) = \frac{A_1}{\cosh(t)}$, $q_2(t) = \frac{A_2}{\cosh(t)}$. Аналитические выражения для коэффициентов $a(\lambda)$, $b_1(\lambda)$ и $b_2(\lambda)$ имеют вид:

$$a(\lambda) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - i\lambda\right)^2}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - i\lambda + q_0\right)\Gamma\left(\frac{1}{2} - i\lambda - q_0\right)}, b_1(\lambda) = -\frac{\sin(\pi q_0)A_1 \operatorname{sech}(\lambda\pi)}{q_0}, b_2(\lambda) = -\frac{\sin(\pi q_0)A_2 \operatorname{sech}(\lambda\pi)}{q_0},$$

где $q_0 = \sqrt{|A_1|^2 + |A_2|^2}$. Схемы сравнивались друг с другом, а также с обобщением схемы Бофкетты-Осборна (ВО) 2-го порядка точности для системы Манакова [3,5].

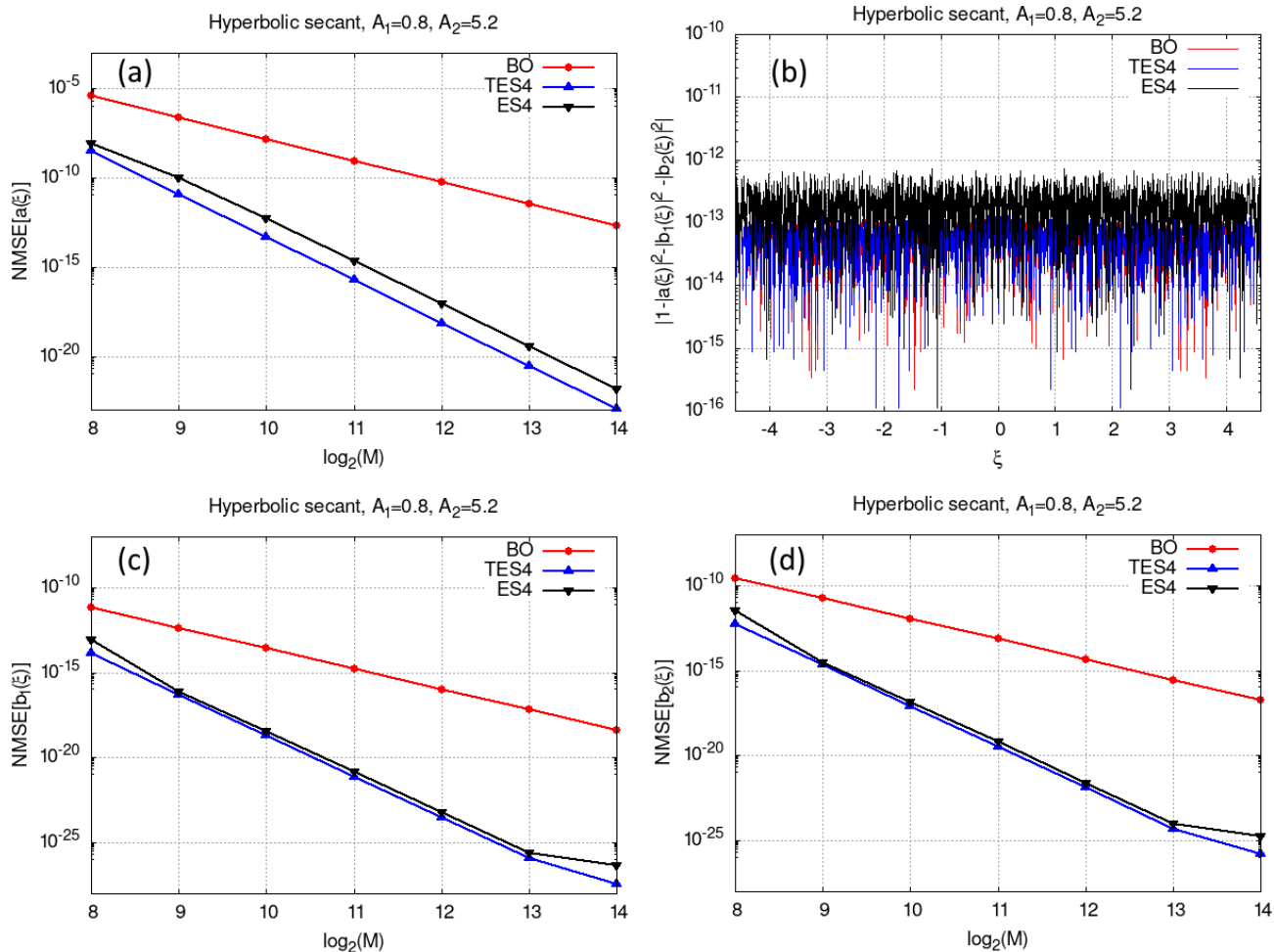


Рис.1. Среднеквадратичная погрешность вычисления спектральных данных $a(\xi)$ (a), $b_1(\xi)$ (c), $b_2(\xi)$ (d) в зависимости от числа точек M , в которых задан исходный сигнал. Сохранение квадратичного инварианта в зависимости от спектрального параметра ξ (b)

На Рис. 1 представлены результаты расчетов для параметров $A_1 = 0.8$ и $A_2 = 5.2$. Интервал в физическом пространстве выбирался равным $T = [-38.5, 38.5]$, а в спектральном пространстве на вещественной оси $\xi \in [-4.6, 4.6]$. На Рис. 1 (a, c, d) представлены среднеквадратичные погрешности вычисления спектральных данных в зависимости от количества точек M , на которых задан исходный сигнал. Видно, что точность вычисления спектральных данных для обобщенных схем четвертого порядка TES4 и ES4 практически одинаковая. На Рис. 1 (b) приведено отклонение квадратичного инварианта от единицы в зависимости от спектрального параметра при $M = 2048$ и показано, что обобщения схем для решения прямой задачи рассеяния для системы Манакова являются консервативными.

Полученные схемы могут найти широкое применение в задачах, связанных с анализом эволюции оптического излучения в MCF и MMF. В частности, они могут быть использованы для анализа влияния межсердцевинных и межмодовых взаимодействий и вызванных ими перекачек энергии между сердцевинами/модами на эффективность использования NFT для кодирования и передачи сигналов по MCF и MMF.

Исследование выполнено при финансовой поддержке государственного задания на проведение фундаментальных исследований FSUS-2020-0034 (М.С.Б., В.И.А. – теоретические исследования, Ф.М.П. – постановка задачи). Работа Ч.И.С. и К.Д.И. (численные исследования) выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант No.17-72-30006, <https://rscf.ru/project/17-72-30006/>).

Литература

1. Zakharov V.E., Shabat A. B., *JETP*, 34, 62–69 (1972)
2. Aref V. et al., *ECOC, Valencia*, pp. 1-3, (2015)
3. Civelli S. et al, *Opt. Express*, 26(13), 17360-17377 (2018)
4. Medvedev S. et al, *Opt. Lett.* 45, 2082-2085 (2020)
5. Boffetta G., Osborne A, *J.Comput. Phys.* 102, 252 (1992)