DOI 10.25205/978-5-4437-1352-6-41-42

# ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛЯПУНОВА К РЕЖИМАМ ВОЛОКОННОГО РЕЗОНАТОРА*

✉ В. А. Разуков [1], Л. А. Мельников [1], П. В. Купцов [1,2]

[1] *Институт электронной техники и приборостроения, Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина, Саратов, Россия*
[2] *Саратовский филиал ИРЭ РАН, Саратов, Россия*

✉ razukov.vad@gmail.com

Так как может существовать целая мириада режимов в любой динамической лазерной системе, в зависимости от ее параметров, то имеется значительный интерес в определении их значений, которые приводят к появлению определенных установившихся режимов, что позволяет нам предсказывать новые возможные режимы. Дальнейший анализ этих взаимоотношений также может помочь обнаружить новые переходные состояния между режимами.

Показатели Ляпунова — характерные числа, которые описывают динамические свойства нелинейных систем. Наибольший отрицательный показатель указывает на стабильное состояние, положительный означает хаотические осцилляции, а когда наибольшим будет нулевой показатель, то это означает, что система находится в периодическом режиме. Существенной выгодой применения данного подхода является то, что существует возможность создать наглядные карты динамических состояний исследуемой системы. С помощью этих карт легко можно описать состояние конкретной системы и определить, как изменится ее поведение при изменении единственного параметра.

Ранее мы использовали численный метод «Кабаре» [1] для исследования различных лазерных систем. Протестированные системы включали одномодовый, рамановский, и беззеркальный лазеры на эффекте вынужденного рассеяния Мандельштамма — Бриллюэна. Особое внимание было обращено на различные волоконные кольцевые лазерные системы со встречными волнами, в которых нелинейные эффекты, такие как кросс-фазовая самомодуляция, невзаимный сдвиг фаз, рассеяния на случайных неоднородностях в резонаторе, значительно влияют на поведение поля [2–5].

К примеру, волоконный резонатор с двумя встречными волнами с дисперсией и нелинейностью, случайным рассеянием и модуляционной нестабильностью описывается следующим образом:

$$2\boldsymbol{i}\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{t}}+\boldsymbol{v}\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{z}}\right)+\boldsymbol{D}\frac{\partial^2 \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{z}^2}+2\chi\left(\left|\boldsymbol{F}\right|^2+2\left|\boldsymbol{B}\right|^2\right)\boldsymbol{F}=0,$$

$$2\boldsymbol{i}\left(\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}}-\boldsymbol{v}\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{z}}\right)+\boldsymbol{D}\frac{\partial^2 \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{z}^2}+2\chi\left(2\left|\boldsymbol{F}\right|^2+\left|\boldsymbol{B}\right|^2\right)\boldsymbol{B}=0.$$

При этом граничные условия примут следующий вид:



* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (№ 22-12-00396), https://rscf.ru/project/22-12-00396/

$$\boldsymbol{F}(0)=\sqrt{1-\boldsymbol{R}}\sqrt{1-\boldsymbol{r}}\boldsymbol{F}(\boldsymbol{L})+\sqrt{\boldsymbol{R}}\sqrt{\boldsymbol{A}}\sqrt{1-\boldsymbol{r}}+\sqrt{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}(0),$$

$$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{L})=\sqrt{1-\boldsymbol{R}}\sqrt{1-\boldsymbol{r}}\boldsymbol{B}(0)-\sqrt{\boldsymbol{r}}(1-\boldsymbol{r})\boldsymbol{F}(\boldsymbol{L})+\sqrt{\boldsymbol{Rr}}\sqrt{1-\boldsymbol{R}}\sqrt{\boldsymbol{A}}.$$

Здесь $F$ и $B$ — поля волн, бегущих по и против часовой стрелки соответственно; $D < 0$ — коэффициент дисперсии групповых скоростей; $v$ — групповая скорость; $\chi$ — коэффициент кросс- и фазовой самомодуляции; $R$ — коэффициент отражения ответвителя; $r$ — коэффициент отражения внутрирезонаторного зеркала; $A$ — интенсивность внешней накачки; $L$ — длина резонатора.

Эти системы оказались чрезвычайно чувствительными даже к мельчайшим изменениям в своих параметрах, и не всегда было однозначно видно, какого рода режим был сгенерирован, так что было необходимо выполнять определенное длительное моделирование, вплоть до миллионов обхода резонатора, чтобы получить четкие результаты.

Вычисление спектра показателей Ляпунова позволяет определить, каким является наблюдаемый динамический режим: хаотическим, периодическим, квазипериодическим или стационарным. В данной работе мы строим карты показателей Ляпунова для кольцевого волоконного лазера, т. е. двумерные графики, на которых цветными точками закодированы значения показателей Ляпунова. При получении таких карт мы имеем наглядную картину динамики системы, можем найти зоны особого интереса в параметрическом пространстве и провести детальный режим обнаруженных режимов.

**Список литературы**

1. Goloviznin V., Samarskii A. Finite difference approximation of convective transport equation with space splitting time derivative // Matem. Mod. 1998. Vol. 10. P. 86.

2. Razukov V., Melnikov L. Numerical modeling of the opposite waves spatio-temporal dynamics in a ring fibre nonlinear microcavity // Izvestiya Saratov University. New series. Series: Physics. 2020. Vol. 20. P. 64.

3. Razukov V., Melnikov L., Mazhirina Y., Sukhanov S. Numerical modeling of space-temporal dynamics in fiber lasers // J. Appl. Spectrosc. 2016. Vol. 83. P. 344.

4. Melnikov L. A., Mazhirina Y. A. Dynamics and instabilities in long SRS fibre lasers with linear and ring cavities // Quant. Electron. 2017. Vol. 47 (12). P. 1083–1090.

5. Mazhirina Y. A., Melnikov L., Turitsyn S. et al. Nelineynaya dinamika dlinnogo bezzerkalnogo volokonnogo vrk-lasera [nonlinear dynamics of long mirrorless srs fibre laser] [in russian] // Izvestyia Vuzov, Appl. Nonlinear Dynamics. 2014. Vol. 22. P. 73.