

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

Чеховской Игорь Сергеевич

**Численное моделирование нелинейных волновых
эффектов в связанных волноводах**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н.
Федорук Михаил Петрович

Новосибирск – 2017

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Численные методы решения дискретно-непрерывного уравнения Шредингера	20
1.1. Дискретно-непрерывное нелинейное уравнение Шредингера	24
1.2. Численные методы	25
1.3. Тестовые расчеты	34
1.4. Параллельная реализация численных методов	44
1.5. Выводы к первой главе	47
Глава 2. Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов с одномерным расположением сердцевин	48
2.1. Основные уравнения	50
2.2. Проведение численного счета. Критерий определения точек сжатия (сложения) импульсов	53
2.3. Сжатие и сложение с помощью 7-сердцевинного и 19-сердцевинного кольцевых световодов	56
2.4. Выводы ко второй главе	64
Глава 3. Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов с двухмерным расположением сердцевин	66
3.1. Основные уравнения	67
3.2. Сжатие и сложение с помощью гексагональных и квадратных световодов	69
3.3. Влияние флуктуаций фаз начальных импульсов на схему сжатия и сложения	78

3.4. Методы увеличения эффективности сложения импульсов с помощью гексагональных световодов	81
3.5. Оптимизация сложения импульсов в периферийных сердцевинах с помощью генетического алгоритма	89
3.6. Обсуждение результатов и дальнейшие перспективы	93
3.7. Выводы к третьей главе	97
Заключение	99
Список литературы	101
Приложение А	116

Введение

Актуальность темы исследования.

В настоящее время в мире наблюдается ежегодный рост объемов телекоммуникационных услуг, что обусловлено непрерывным расширением доступности Интернета и цифрового телевидения. Как следует из анализа [1], ежегодно объемы трафика в мире растут на 40%. При этом стоит отметить, что большая часть высокоскоростного трафика передается посредством волоконно-оптических линий связи, пропускная способность которых в настоящий момент увеличивается лишь на 20% в год. При таком развитии событий уже в ближайшие несколько лет объем трафика превысит потенциальные возможности линий, основанных на текущих разработках. Ввиду этого обстоятельства в настоящий момент существует большой спрос как на развитие новых технологий передачи информации, так и на улучшение существующих. На текущий момент основным направлением исследований, ориентированным на удовлетворение растущего спроса, является повышение спектральной эффективности передачи информации по волоконно-оптическим системам связи. Это достигается с помощью таких технологий, как мультиплексирование по поляризациям (PDM), мультиплексирование с ортогональным частотным разделением каналов (OFDM) [2, 3], многоуровневая квадратурная амплитудная модуляция сигнала (QAM) [4] и т.д. Однако даже с учетом этих технологий пропускная способность стандартного одномодового волокна приближается к своему пределу вследствие нелинейных ограничений оптического волновода.

К настоящему времени одним из самых доступных подходов к увеличению пропускной способности остается укладка рядом нескольких оптических волокон, по каждому из которых осуществляется независимая передача данных. Но такой подход ведет к линейному росту стоимости оптоволоконных линий и уровня потребляемой мощности. Технологии пространственного уплотнения сигнала (space-division multiplexing – SDM), в число которых входят многосерд-

цевинные (multi-core fiber – MCF), а также многомодовые световоды (multimode fiber – MMF), могут существенно сократить стоимость ВОЛС в пересчете на один бит передаваемой информации и улучшить их энергетическую эффективность [5–14]. Многосердцевинные световоды представляют собой расположенные под одной общей оболочкой физически разделенные волноводы (сердцевинны), по каждому из которых одновременно может распространяться одна или несколько мод света. Данная технология в настоящий момент рассматривается как следующий шаг по отношению к односердцевинным традиционным световодам. Отдельные экземпляры 12-сердцевинных оптических волокон уже сейчас способны передавать информацию на расстояния порядка нескольких десятков километров со скоростью близкой к 1 петабайту в секунду [13, 15], что по меньшей мере на порядок больше скоростей, достигаемых в односердцевинных волокнах. Однако данная технология в настоящий момент всё еще находится на стадии разработки, тестированием различных типов MCF занимаются исследователи по всему миру.

Современные научные исследования, посвящённые проблеме применения многосердцевинных световодов, можно разбить на несколько направлений: теоретические и экспериментальные исследования оптических усилителей для усиления сигнала в многосердцевинном световоде, проектирование и разработка коннекторов с малыми потерями для соединения стандартных одномодовых волокон с многосердцевинным волокном, комплексные исследования нелинейных эффектов, возникающих при распространении света по нескольким сердцевинам одновременно, и разработка методов подавления нелинейных взаимодействий между сердцевинами.

В работе [16] представлен образец нового микроструктурированного волокна, созданного для использования в оптической связи. Экспериментально было показано, что разработанное волокно имеет низкий уровень межсердцевинных взаимодействий при высокой плотности сердцевин (около 1150 каналов на мм²). Авторы работы [17] спроектировали и разработали новый многосердцевинный

световод из 7 сердцевин, расположенных в узлах гексагональной решетки. В работе описаны свойства полученного волокна, включая низкий уровень межсердцевинных взаимодействий, затухания и потерь на стыках. Также представлен разработанный коннектор с низкими потерями для объединения и разъединения индивидуальных сигналов перед и после многосердцевинного волокна. Впервые продемонстрирована двусторонняя параллельная передача сигнала через 7-сердцевинное волокно на длинах волн 1310 нм и 1490 нм на 11.3 км. В работе [18] продемонстрирована передача 10 спектральных каналов с канальной скоростью 96 Гбит/с (формат модуляции PDM-16QAM) через 7-сердцевинное волокно на 1000 км с помощью распределенного рамановского усиления. Также была показана возможность передачи высокомоощного сигнала через многосердцевинный световод с мощностью 6.5 Вт на волокно.

В работе [19] описан новый разработанный статистический метод измерения межсердцевинных взаимодействий в одномодовом многосердцевинном волокне, а также описаны характеристики разработанного многосердцевинного волокна. Для измерения взаимодействий ниже -60 дБ уменьшается нижний уровень мощности исследуемой системы используя так называемое “trench-assisted” волокно при вводе и выводе излучения. Статистическое распределение межсердцевинных взаимодействий измеряется с помощью зависимости взаимодействий от длины волны. Средний уровень взаимодействий между соседними сердцевинами после 17.4 км распространения на длине волны 1625 нм составил -70 дБ. Основываясь на результатах измерений, оценка уровня взаимодействий после распространения на 10000 км составила меньше -30 дБ. Авторы работы [20] выполнили экспериментальное исследование и численное моделирование продольного затухания мощности сигнала вследствие межсердцевинных взаимодействий в многосердцевинном волокне со слабой связью между сердцевинами. Численное моделирование заключалось в решении сцепленных уравнений на мощность излучения. Результаты численных расчетов находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. С помощью многосердцевинного

световода с гексагональной решеткой продемонстрировано более слабое затухание мощности во внешних ядрах по сравнению со световодом с центральной сердцевиной.

В статье [21] получены оценки стоимости нескольких критических компонент возможных волоконно-оптических систем связи сверхвысокой пропускной способности на основе многосердцевидных волокон при различных сценариях развития данной технологии. Модельная оценка показала, что стоимость многосердцевидного волокна может быть выше стандартного односердцевидного волокна в диапазоне от 0 до 15%.

В работе [22] построена теория когерентного распространения и переноса энергии в низкоразмерной матрице связанных нелинейных волноводов. Продemonстрировано, что в многосердцевидном световоде с центральной сердцевиной устойчивое когерентное распространение сигнала возможно только в нелинейном режиме с фазовой синхронизацией. Построенная теория может быть применена к практическим системам, таким как мощные волоконные лазеры и линии связи со сверхвысокой пропускной способностью. В работе [23] выполнен анализ модуляционной неустойчивости для непрерывных волн в многосердцевидных световодах с центральной сердцевиной. Результаты анализа могут быть применены к широкому кругу физических и инженерных систем, включая мощные волоконные лазеры, линии связи и системы со связанными нелинейными волноводами.

Авторы работы [24] разработали многосердцевидный эрбиевый оптический усилитель для одновременного усиления сигнала в семи ядрах, а также изучили усилительные и шумовые характеристики каждого ядра. Накачка и сигнал объединялись в каждом ядре усилителя с помощью двух ТФВ соединителей с малыми вносимыми потерями. Для мощности накачки 146 мВт среднее усиление составило 30 дБ при шум-факторе менее 4 дБ. Полезное усиление, с учётом всех пассивных потерь, составило от 23 до 27 дБ. Перенос шумов спонтанной эмиссии накачки между соседними сердцевинами оказался пренебрежимо ма-

лым. В работе [25] предложен новый дизайн оптического усилителя на основе пучка волокон с уменьшенным показателем преломления оболочки, легированных эрбием, и продемонстрировано усиление семи независимых сердцевин с помощью пучка легированных эрбием волокон с диаметром оболочки 60 мкм и сплиттера планарного типа. В диапазоне C-band было достигнуто среднее усиление на уровне 23 дБ при шум-факторе менее 5.1 дБ для семи отдельных сердцевин. В работе [26] предложен метод усиления сигнала в многосердцевинном эрбиевом усилителе, позволяющий уменьшить межсердцевинные взаимодействия. Ключевой идеей данного метода является то, что усиливаемые сигналы в двух соседних сердцевинах распространяются в разных направлениях. С помощью предложенного подхода удалось получить уменьшение межсердцевинных взаимодействий более чем на 4 дБ используя шесть внешних сердцевин 7-сердцевинного эрбиевого усилителя.

В работе [27] разработана пара компактных оптических соединительных модулей для соединения семисердцевинного волокна и семи стандартных одномодовых волокон. Вносимые потери модулей составили менее 0.6 дБ, поляризационные потери менее 0.1 дБ и межсердцевинные взаимодействия менее -50 дБ. Другая технология разработки соединителя многосердцевинного волокна с набором стандартных односердцевинных волокон описана в статье [28]. В работе [29] предложена концепция мультиплексора/демультиплексора для многосердцевинных волокон, основанная на эффекте многомодовой интерференции. Выполнено детальное теоретическое исследование и численное моделирование для демонстрации возможностей мультиплексирования предложенного устройства. Преимуществом данного устройства является его упрощенная интеграция с волоконно-оптической системой.

Помимо телекоммуникационных приложений МСФ с сильной связью между сердцевинами имеют приложения в смежных областях фотоники, например, в различных лазерных приложениях [30]. При достаточно большой мощности сигналов и наличии связи между сердцевинами существующие волокна могут

рассматриваться как нелинейные дискретные физические системы интересные как с точки зрения фундаментальных исследований [22, 31–37], так и для различных возможных практических приложений в роли нелинейных фотонных устройств [22, 23, 38–42]. Важным применением многосердцевинных световодов может стать генерирование с их помощью так называемых дискретных оптических вихрей [43–45]. Эти пространственно-временные структуры, представляющие собой сингулярности в фазовом фронте оптического излучения, могут быть использованы для решения ряда задач, обладающих высокой практической значимостью. Они могут применяться при лазерной обработке материалов, для создания оптических ловушек, оптических манипуляторов, оптических пинцетов, в системах телекоммуникаций [46].

Многосердцевинные световоды могут выступать в роли усиливающей среды, поэтому также интересны с точки зрения их использования для линейного сложения импульсов в сверхбыстрых лазерных системах. При этом подходе каждая сердцевина может использоваться, как независимый усиливающий канал. Например, в работе [47] было продемонстрировано сложение 49 оптических пучков на выходе из легированного световода. Результаты эксперимента, в ходе которого было осуществлено сложение импульсов с эффективностью 49% в дальнем поле на выходе 7-сердцевинного гексагонального волокна, опубликованы в работе [48]. В статье отмечается, что расхождение фаз, разница в групповых скоростях и вариации интенсивности складываемых импульсов уменьшают эффективность сложения, которая теоретически может равняться 76%. Главным образом, данный эффект является результатом неоднородности световода, однако близость сердцевин друг к другу и имеющаяся поэтому связь между ними сокращают расхождение фаз усиливаемых импульсов в каждой сердцевине.

В традиционных оптических линиях связи нелинейные эффекты, возникающие во время распространения сигналов в волокне из-за близости каналов передачи данных, нежелательны. Поэтому очевидным решением для уменьшения перекрестных помех (cross-talk) является размещение сердцевин на доста-

точно большом расстоянии друг от друга. Последние исследования демонстрируют принципиально новую возможность использования в прикладных целях нелинейных волновых эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах при распространении по ним световых импульсов. В частности, вызванный нелинейностью волновой коллапс вводимого в дискретные нелинейные структуры волнового пакета может быть использован для сжатия оптических импульсов [49], т.е. для сокращения их временной длительности. Теоретические основы для такого подхода в случае нелинейных дискретных оптических решёток заложены в работах [22, 23]. Было показано, что волновой коллапс приводит к локализации энергии в небольшом количестве соседних сердцевин (нелинейное сложение импульсов) с одновременным усилением пиковой мощности сигналов, а также их временным сжатием. Предложенные на данный момент различные линейные методы когерентного сложения импульсов в пространстве (beam/pulse combining) и времени (divided pulse amplification) [50–54] требуют точного контроля фаз импульсов. Последние наработки по данной области представлены в обзорах [55, 56].

Цели диссертационной работы.

1. Исследование возможности использования многосердцевинных световодов с различными конфигурациями сердцевин, в частности с сердцевинами, расположенными по окружности, а также в узлах гексагональной решетки, для сжатия и сложения оптических импульсов с целью получения сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности.
2. Создание эффективных численных методов моделирования нелинейной динамики оптических импульсов в многосердцевинных световодах произвольной структуры.
3. Разработка программного комплекса на основе этих алгоритмов, адаптированного для высокопроизводительных вычислительных систем.

Решаемые задачи.

1. Исследование и оптимизация параметров устройства для сжатия и сложения оптических импульсов, основанного на многосердцевинных световодах.
2. Разработка программного комплекса, адаптированного для высокопроизводительных вычислительных комплексов и основанного на двух предложенных автором численных методах. Первый предложенный алгоритм представляет собой обобщение метода расщепления, в котором используется аппроксимация Паде матричной экспоненты. Вторым численным методом является обобщением ранее представленной компактной диссипативной схемы.

Научная новизна.

1. Автором проведено исследование нелинейных волновых эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах при распространении по ним оптических импульсов, на изменение характеристик этих импульсов. Впервые с помощью математического моделирования продемонстрирована возможность использования многосердцевинных световодов в качестве основы устройства для сокращения временной длительности оптических импульсов, а также для нелинейного сложения мощности импульсов, вводимых в каждую сердцевину. Предложенная технология открывает новые перспективы для генерации сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности.
2. Разработано обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде для решения систем линейно связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), используемых для модели-

рования распространения света вдоль многосердцевидных волокон. Данный метод превосходит конечно-разностные схемы в скорости и точности вычислений при малом размере системы связанных НУШ, однако уступает им при решении систем уравнений большого размера из-за необходимости выполнения матрично-векторного умножения на каждом шаге по пространственной переменной.

3. Обобщена компактная диссипативная схема с итерациями для решения систем линейно связанных НУШ. Данная разностная схема имеет повышенный порядок аппроксимации и обладает абсолютной устойчивостью.
4. Предложенные численные алгоритмы позволяют решать системы связанных НУШ с линейными связями любого вида.
5. Предложена программная реализация на основе библиотеки Intel MKL представленных численных методов, распараллеленная с помощью технологии OpenMP.

Теоретическая и практическая значимость. Предложенный способ сложения и сжатия оптических импульсов открывает новые возможности для генерации сверхкоротких лазерных импульсов большой мощности. Применение данного метода вместо линейных техник сложения оптических пучков позволит значительно повысить качество получаемых импульсов. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы, например, для создания перспективных станков лазерной резки, позволяющих получать узкие резы с минимальной зоной термического влияния.

Предложенные обобщения численных методов дают возможность получения решения систем связанных НУШ, использующихся при моделировании нелинейной динамики оптического поля в связанных световодах. Ожидаемые результаты исследований могут быть востребованы не только в научной, но и в коммерческой сфере, среди возможных потребителей результатов стоит от-

метить телекоммуникационные компании, разрабатывающие оптические линии связи, а также производителей оптоволоконных лазеров.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении гранта РФФИ 14-21-00110 "Моделирование сложных нелинейных лазерных и телекоммуникационных систем" (2014-2016 гг.), гранта министерства образования и науки РФ 14.В25.31.0003 "Физическая платформа нелинейных фотонных технологий и систем" (2013-2017 гг.). Кроме этого, работа была поддержана стипендией Правительства РФ на 2016–2017 гг.

На защиту выносятся следующие положения соответствующие пунктам паспорта специальности 05.13.18 – "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ":

пункт 3: "Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий"

1. Обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде для решения систем линейно связанных НУШ.
2. Обобщение итерационной компактной диссипативной схемы для решения систем линейно связанных НУШ.

пункт 4: "Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента"

1. Программный комплекс моделирования многосерцевидных световодов. Комплекс позволяет проводить моделирование нелинейных эффектов в многосерцевидных оптических волокнах с различными конфигурациями сердцевин.

пункт 5: "Комплексные исследования научных и технических проблем"

с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента"

1. Продемонстрированная с помощью вычислительных экспериментов возможность сжатия оптических импульсов в сотни раз с использованием многосердцевинных световодов.
2. Продемонстрированная с помощью вычислительных экспериментов возможность сложения оптических импульсов с высокой эффективностью с помощью многосердцевинных световодов.
3. Определенный с помощью математического моделирования набор параметров chirпованных оптических импульсов, при которых возможно сложения практически всей энергии этих импульсов в одной сердцевине многосердцевинного гексагонального световода.
4. Определенные с помощью генетического алгоритма режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения оптических импульсов в одной из периферийных сердцевинок гексагонального световода при заданных ограничениях на характеристики этих импульсов.

Личный вклад автора. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором. Автором самостоятельно было проведено численное моделирование нелинейных эффектов, возникающих в многосердцевинных световодах, разработаны представленные численные алгоритмы, а также создана их программная реализация. Кроме того, автор принимал активное участие в анализе и интерпретации полученных данных, оформлении публикаций в виде научных статей и докладов. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, однако вклад диссертанта был определяющим.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, библиографии и приложения. Общий объем диссертации 117 страниц, включая 6 таблиц и 34 рисунка. Библиография включает 133 наименования на 14 страницах.

Во введении диссертационной работы обоснована актуальность и научная новизна проведенного исследования, сформулированы основные цели исследования, а также положения, выносимые на защиту. Указаны пункты соответствия паспорту специальности. Приведено краткое содержание работы по главам.

Глава 1 посвящена численным методам решения систем связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), использующихся при моделировании распространения оптических импульсов вдоль многосерцевидных световодов. В начале главы приведен обзор существующих алгоритмов решения систем НУШ. В данной главе представлено предложенное автором обобщение компактной диссипативной схемы с итерациями, а также модификация широко известного метода расщепления по физическим процессам. Проведен сравнительный анализ производительности и точности обоих методов. Показано, что компактная схема более предпочтительна для решения систем НУШ большого размера. Кроме того, демонстрируется, что в некоторых частных случаях данная схема превосходит обобщение метода расщепления по точности и скорости работы даже в случае одиночного НУШ.

Также в главе представлены методологические рекомендации для эффективного распараллеливания обоих алгоритмов на вычислительных системах с общей памятью с помощью OpenMP. Показано, что ускорение компактной схемы почти линейное на больших сетках по времени. Ускорение метода расщепления в случае таких сеток оказывается линейным при малом числе вычислительных потоков.

В **главе 2** с помощью численного моделирования показано, что многосерцевидные световоды могут быть использованы для эффективного когерентного

сложения и сжатия оптических импульсов. Продемонстрирована возможность сжатия Гауссовских импульсов в несколько сотен раз и их когерентного сложения с эффективностью более 80%. В главе сначала рассматривается непрерывная математическая модель для случая гладкого распределения энергии в сердцевинах, приближенно описывающая общую динамику оптического поля в многосердцевинных световодах. Ею является многомерное НУШ: 2D НУШ для кольцевых конфигураций сердцевин и 3D НУШ для гексагональных и квадратных структур. Понимание процесса сложения и сжатия импульсов возможно благодаря хорошо изученному явлению волнового коллапса. В главе продемонстрировано, что процесс сложения согласуется с теорией волнового коллапса.

Для математического моделирования распространения Гауссовских импульсов вдоль световодов с кольцевой, гексагональной и квадратной структурами была выбрана система линейно связанных НУШ (дискретно-непрерывное НУШ). Для численного решения данных уравнений использовались представленные в главе 1 алгоритмы.

Показано, что эффективность сложения и сжатия импульсов с помощью кольцевых световодов возрастает с увеличением числа сердцевин, но результаты становятся чувствительными к начальным условиям. Кроме того, требуемая длина световода растет с числом сердцевин. Режим максимального сжатия имеет существенно другую природу, отличающуюся от предсказываемой теорией волнового коллапса, поэтому максимальное сжатие многократно превышает значения, предсказываемые непрерывной моделью. Максимальное сжатие, достигаемое с помощью 19-сердцевинного кольцевого световода, равняется 720 раз. Степень сжатия можно изменять непрерывным образом, меняя параметры вводимых импульсов.

Глава 3 посвящена изучению сжатия и сложения оптических импульсов с помощью световодов с двумерным расположением сердцевин. В ней показано, что в случае гексагональных световодов эффективность сложения оказывается выше, чем в случае кольцевых многосердцевинных световодов. Кроме это-

го, уменьшается требуемая для генерирования сжатых и сложенных импульсов длина световода, что делает гексагональные световоды потенциально лучшими по сравнению с кольцевыми световодами для практической реализации на их основе устройств для сжатия и сложения импульсов.

Также в данной главе для волокон с гексагональной конфигурацией сердцевин представлены результаты исследования влияния различных случайных возмущений вводимых импульсов на режимы оптимального сложения и сжатия. В частности, изучалось влияние расхождения фаз вводимых Гауссовских импульсов. Оказалось, что при максимальном расхождении фаз вводимых импульсов, не превышающем $2\pi/5$, процесс сложения с помощью 19-сердцевинного гексагонального световода сохраняет свою устойчивость. Кроме того, было исследовано влияние временных задержек между импульсами на предложенную схему сложения. Процесс остается устойчивым при максимальном временном расхождении вводимых импульсов, не превышающем 2τ , где τ – ширина каждого вводимого оптического импульса.

Так как гексагональные световоды оказались наиболее перспективными для использования их на практике, в главе 2 обсуждаются различные способы увеличения эффективности сложения импульсов с помощью данного типа световодов. Рассматривается влияние добавления к начальным Гауссовским импульсам положительного чирпа, а также радиальной фазовой модуляции, являющейся дискретным пространственным аналогом чирпа по времени. В главе показано, что таким образом можно повысить эффективность сложения на величину до 20%, а с помощью 7-сердцевинного гексагонального световода оказывается возможным сложить в центральной сердцевине практически всю энергию введенных импульсов. Также продемонстрирована возможность эффективного сложения оптических импульсов с помощью гексагонального световода в одной из его периферийных сердцевин. С использованием генетического алгоритма определены режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения при заданных ограничениях на характеристики начальных импульсов.

В конце главы обсуждаются вопросы практического применения много-сердцевинных волокон в качестве основы устройства для сложения и сжатия оптических импульсов, а также обсуждаются характерные физические характеристики данного устройства.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Степень достоверности и апробация результатов. Работа была представлена и обсуждалась на объединенном научном семинаре Института вычислительных технологий СО РАН «Информационно-вычислительные технологии (численные методы механики сплошной среды)» под руководством академика РАН Ю. И. Шокина и д.ф.-м.н. В. М. Ковени, а также на Международной научной студенческой конференции МНСК-2014, на VIII Российско-германской школе-конференции молодых ученых по параллельному программированию и высокопроизводительным вычислениям (НРС-2015, г. Новосибирск), на XV Всероссийской конференции по волоконной оптике (ВКВО-2015, г. Пермь), XVI и XVII Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2015, г. Красноярск и УМ-2016, г. Новосибирск), на XII Российском семинаре по волоконным лазерам (г. Новосибирск, 2016), на конференции Photonics and Fiber Technology (Австралия, г. Сидней, 2016), на конференции European Conference on Optical Communication (ЕСОС-2016, Германия, г. Дюссельдорф) и на конференции European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC, Германия, г. Мюнхен, 2017).

Было получено свидетельство о регистрации программ для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 14 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК [57–60], и 10 тезисов докладов [61–70].

Государственная регистрация программ ЭВМ.

1. Чеховской И.С., Штырина О.В., Федорук М.П. Свидетельство №2015610111 о государственной регистрации программного комплекса моделирования многоядерных световодов “MultiCoreFiber-1”, М: Федеральная служба по интеллектуальной собственности, 2015 г. (см. Приложение А).

Глава 1

Численные методы решения дискретно-непрерывного уравнения Шредингера

Нелинейное уравнение Шредингера обладает необычайно высокой универсальностью и используется для описания волновых процессов во многих областях физики, в том числе в теории поверхностных волн [71] и в моделях эволюции распределений колебаний плазмы [72]. Кроме этого, уравнение Шредингера широко используется для моделирования оптических эффектов в нелинейной волоконной оптике [31, 73]. В частности, это уравнение описывает эволюцию света в многосердцевинных световодах (multi-core fiber – MCF), состоящих из набора близко расположенных волноводов. При моделировании распространения оптических импульсов в таких волокнах необходимо учитывать взаимодействие сигналов друг с другом [10, 39] (см. рисунок 1.1). Похожее взаимодействие может наблюдаться при распространении нескольких мод света в одном волноводе (многомодовые световоды, multi-mode fiber – MMF) [10, 39]. Эволюция комплексных огибающих оптических импульсов, распространяющихся вдоль многосердцевинного световода с сильной связью между соседними модами света, может быть описана с помощью системы связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), также называемых дискретно-непрерывным нелинейным уравнением Шредингера. В случае многосердцевинных световодов система связанных НУШ включает в себя линейные связи между соседними огибающими.

В настоящее время существует большое количество численных методов решения системы связанных НУШ: конечно-разностные схемы [74, 75], псевдоспектральные методы [76], бессеточный локальный метод Петрова-Галеркина (meshless local Petrov-Galerkin – MLPG) [77], а также мультисимплектические методы расщепления [78, 79]. Кроме этого, был предложен параллельный метод

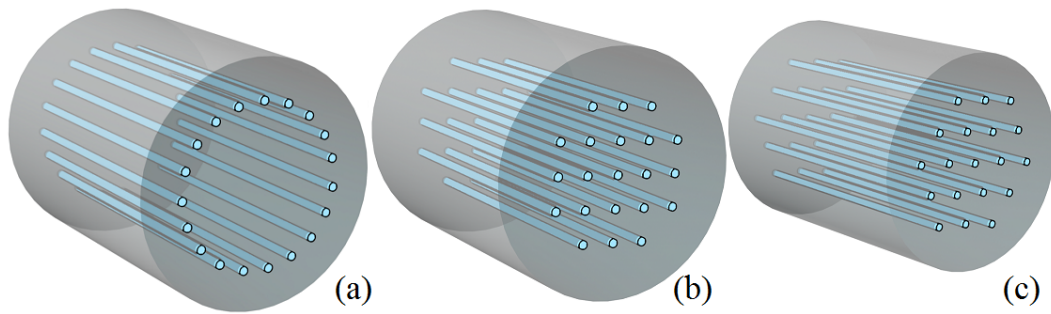


Рисунок 1.1 – Различные типы многосердцевинных световодов: (a) 19-сердцевинный световод с кольцевым расположением сердцевин, (b) 21-сердцевинный световод с сердцевинами, расположенными в узлах квадратной решетки, и (c) 19-сердцевинный световод с сердцевинами, расположенными в узлах треугольной решетки.

расщепления по физическим процессам для решения систем НУШ, связанных через слагаемые, определяющие нелинейные взаимодействия между огибающими [80], а также набор спектральных методов с различным порядком аппроксимации [81].

Метод расщепления по физическим процессам (split-step Fourier method – SSFM) является одним из наиболее часто используемым численным алгоритмом для решения НУШ. В данной методе независимо друг от друга вычисляют действие линейных и нелинейных эффектов. SSFM существенно превосходит конечно-разностные методы по точности, так как в нем вторая производная по времени вычисляется с помощью дискретного преобразования Фурье, что обеспечивает экспоненциальную скорость сходимости по временной переменной. Одними из первых методы расщепления и методы, основанные на преобразовании Фурье, для численного решения НУШ применили Хардин и Тапперт в 1973 году [82], а также Лэйк с соавторами в 1977-м [83]. Таха и Абловиц в работе [84] 1984-го года выполнили классический сравнительный анализ известных на тот момент численных методов решения нелинейного уравнения Шредингера. В своем фундаментальном обзоре они рассмотрели множество различных численных алгоритмов решения НУШ. После выхода в свет этой работы метод расщепления по физическим процессам с использованием быстрого преобразования Фурье стал основным методом для численного решения задач оптики.

Первым численным методом, представляемым в данной главе, является обобщение метода расщепления, использующее аппроксимацию Паде 13-го порядка точности для вычисления линейного экспоненциального оператора (матричной экспоненты) системы связанных НУШ. Данный оператор возникает при расширении применения стандартного SSFM на системы нелинейных уравнений Шредингера с линейными связями между переменными. Такая модификация алгоритма SSFM оказывается удобной для распараллеливания с помощью библиотеки OpenMP, использование которого позволяет эффективно сократить время расчета. Однако главным недостатком данной модификации SSFM является вычислительная сложность алгоритма порядка $O(N^2)$ при росте числа уравнений N системы связанных НУШ.

Матричная экспонента играет ключевую роль при решении дифференциальных уравнений. Вычисление e^A требуется в различных областях науки, например, в спектроскопии ядерного магнитного резонанса [85], анализе Марковских цепей [86] и теории управления [87]. Для вычисления матричной экспоненты было предложено большое количество численных методов, однако методы на основе аппроксимации Паде являются наиболее используемыми [88, 89]. Численная аппроксимация Паде различных функциональных зависимостей широко применяется благодаря простоте вычисления и более высокому порядку сходимости, по сравнению с аппроксимацией, например, рядом Тейлора [90]. В частности, в работе [91] для численного решения уравнения Гельмгольца с помощью SSFM использовалось приближение нелинейного оператора с использованием аппроксимации Паде. В ряде разностных схем для НУШ высокого порядка применяется аппроксимация Паде для вычисления линейного оператора [92, 93]. Аппроксимация Паде применялась и для расчета линейного оператора при численном решении системы связанных НУШ с помощью метода Рунге-Кутты [94].

Обычно конечно-разностные методы существенно уступают в точности методам, использующим преобразование Фурье по временной переменной. В связи

с этим построение конечно-разностных схем высокого порядка аппроксимации является важной задачей. В данной главе кроме модификации SSFM представлено обобщение ранее предложенной итерационной компактной схемы [95, 96] и показана ее высокая эффективность при решении систем линейно связанных НУШ. Вследствие включения дополнительного диссипативного слагаемого, данная компактная схема обладает сильной устойчивостью, которая позволяет проводить моделирование сверхдлинных волоконно-оптических линий связи. Вычислительная сложность данного алгоритма растет линейно при увеличении числа уравнений в системе НУШ. Поэтому в дальнейшем будет показано, что для достаточно больших систем НУШ обобщение компактной конечно-разностной схемы показывает лучшую вычислительную производительность по сравнению с модификацией метода расщепления. Также будет представлена параллельная реализация данной схемы.

Предлагаемые численные алгоритмы универсальны и могут быть применены для решения систем НУШ с матрицей, задающей линейные связи между огибающими, произвольной структуры, например, задающей линейные связи в световодах с кольцевой структурой, квадратными или треугольными решеткам (см. рисунок 1.1) [11]. Здесь необходимо отметить, что также существует другой подход к моделированию динамики оптических импульсов, использующий для диагонализации матрицы линейных связей разложение в ряд Фурье по дискретному пространству ядер. Но такое разложение в ряд Фурье возможно лишь в случае периодических граничных условий по ядрам, что не выполняется в общем случае. Также применение дискретного разложения в ряд Фурье для диагонализации матрицы возможно в случае хорошей локализации решения по пространству, например, в задачах об образовании пространственно-временного оптического солитона (“оптической пули”).

1.1. Дискретно-непрерывное нелинейное уравнение Шредингера

Далее будем рассматривать начально-краевую задачу для системы линейно связанных НУШ с периодическими граничными условиями

$$i \frac{\partial A_k}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_k}{\partial t^2} - f_k, \quad f_k = \gamma |A_k|^2 A_k + \sum_{m=1}^N C_{k,m} A_m, \quad (1.1)$$

$$A_k(0, t) = A_{0,k}(t), \quad (1.2)$$

$$A_k(z, T) = A_k(z, -T), \quad (1.3)$$

на комплекснозначные функции $A_k = A_k(z, t)$, $k = 1, \dots, N$, где $z \in [0, L]$ – пространственная переменная и $t \in [-T, T]$ – время. Функции A_k представляют собой огибающие импульсов, распространяющихся вдоль многосердцевинного световода с N сердцевинами. Полное электромагнитное поле в таком случае представляется в виде суперпозиции мод света, локализованных в сердцевинах:

$$E(x, y, z, t) = \sum_k A_k(z, t) F_k(x - x_k, y - y_k) e^{i(\beta_k z - \omega t)} + cc, \quad (1.4)$$

где F_k – это пространственная структура моды в k -й сердцевине, а символ “ cc ” обозначает комплексно-сопряженные слагаемые. Параметр дисперсии групповых скоростей (ДГС) β_2 и нелинейный параметр Керра γ являются действительными константами. Матрица $C = (C_{k,m})$ задает линейные связи между огибающими A_k . Система (1.1), которая часто в литературе называется дискретно-непрерывным НУШ, имеет ряд сохраняющихся интегралов, в том числе полную энергию

$$E = \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} |A_k(z, t)|^2 dt \quad (1.5)$$

и Гамильтониан

$$H = \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left| \frac{\partial A_k}{\partial t} \right|^2 - \left(\sum_{m=1}^N C_{k,m} A_m \right) A_k^* - \frac{|A_k|^4}{2} \right] dt. \quad (1.6)$$

Здесь звездочка обозначает операцию взятия комплексного сопряжения. Сохранение значения этих интегралов является важным необходимым свойством численных методов решения НУШ. После представления компактной схемы и модификации метода расщепления, использующего аппроксимацию Паде, будет проведено исследование сохранения этими методами полной энергии E и Гамильтониана H .

1.2. Численные методы

1.2.1. Неявная компактная конечно-разностная схема

Рассмотрим первый численный метод решения систем связанных НУШ – обобщение неявной компактной конечно-разностной схемы, имеющей порядок аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$, где h и τ – шаги равномерной сетки по переменным z и t , соответственно. Данная схема, которая была впервые представлена в работах [95, 96] для случая скалярного НУШ

$$i \frac{\partial A}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - f, \quad f = \gamma |A|^2 A, \quad (1.7)$$

была обобщена на дискретно-непрерывное НУШ (1.1).

Изначально данная конечно-разностная схема для решения НУШ (1.7) была построена из классической схемы с весами α ($0 \leq \alpha \leq 1$) для уравнения теплопроводности, где $\beta_2 = ib$ и $\gamma = 0$ [95]:

$$\frac{A^{n+1} - A^n}{h} = -i \frac{\beta_2}{2} \Lambda (\alpha A^{n+1} + (1 - \alpha) A^n) + i (\alpha f^{n+1} + (1 - \alpha) f^n), \quad f = \gamma |A|^2 A. \quad (1.8)$$

Здесь конечно-разностный оператор второго порядка по времени Λ определен стандартным способом, т.е. $\Lambda A_j^n = (A_{j+1}^n - 2A_j^n + A_{j-1}^n) / \tau^2$. Пусть $A_j^n = \exp[imt_j]$, где m – волновое число и $t_j = j\tau$. Зададим множитель перехода на следующий слой сетки ρ_m следующим образом: $A_j^{n+1} = \rho_m A_j^n$. Выбор веса $\alpha = 1/2$ соответствует известной схеме Кранка-Николсон, обладающей порядком аппроксима-

ции $O(h^2 + \tau^2)$. Однако в этом случае множитель перехода ρ_m равен 1, что означает отсутствие сильной устойчивости, подразумевающей выполнение условия $|\rho_m| < 1$. При математическом моделировании сверхдлинных оптических волокон с большим числом обходов данная устойчивость необходима для получения надежных результатов. Получить сильную устойчивость схемы можно выбрав вес α специальным образом. Для этого схема Кранка-Николсон должна быть модифицирована с помощью добавления слагаемого, пропорционального шагу h , к весу α . Таким образом $\alpha = 1/2 + ch$, где $c > 0$ – некоторая постоянная.

Следуя работе [95], зададим специальным образом значение веса $\alpha = 1/2 - i/(3r)$, $r = 2bh/\tau^2$ и правую часть разностной схемы [97]. В итоге имеем:

$$i \frac{A^{n+1} - A^n}{h} = \frac{\beta_2}{2} \Lambda (\alpha A^{n+1} + (1 - \alpha) A^n) - \left(\frac{f^{n+1} + f^n}{2} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f^n \right). \quad (1.9)$$

Такой выбор параметров схемы обеспечивает порядок аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$, что будет показано позже для более общего случая системы НУШ. Однако для данной компактной схемы модуль коэффициента перехода ρ_m также равен 1, что обеспечивает абсолютную, но не сильную устойчивость. Поэтому, как и ранее, немного модифицируем вес $\alpha = 1/2 - i/(3r) + ch$ ($c > 0$) для получения сильной устойчивости. Можно показать, что небольшое изменение веса α эквивалентно добавлению искусственного диссипативного слагаемого $ch^2 \partial A / \partial z$ к уравнению (1.7).

Схема (1.9) была модифицирована для дискретно-непрерывного НУШ (1.1):

$$i \frac{A_k^{n+1} - A_k^n}{h} = \frac{\beta_2}{2} \Lambda (\alpha A_k^{n+1} + (1 - \alpha) A_k^n) - \left(\frac{f_k^{n+1} + f_k^n}{2} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f_k^n \right), \quad k = 1, \dots, N. \quad (1.10)$$

В этом случае правые части каждого уравнения f_k содержат нелинейный кубический член и линейные связи:

$$f_k^n = \gamma |A_k^n|^2 A_k^n + \sum_{m=1}^N C_{k,m} A_m^n. \quad (1.11)$$

Покажем, что предложенная компактная схема (1.9) обладает повышен-

ным порядком аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$. Схема

$$i \frac{A_k^{n+1} - A_k^n}{h} = \frac{\beta_2}{2} \Lambda(\alpha A_k^{n+1} + (1 - \alpha) A_k^n) - F_k^n. \quad (1.12)$$

аппроксимирует систему НУШ (1.1) с некоторым слагаемым α и правыми частями F_k^n . В дальнейшем для упрощения опустим индексы k . Выберем α и F^n так, чтобы получить порядок аппроксимации $O(h^2 + \tau^4)$ схемы (1.12). Сначала заметим, что для достаточно гладких решений системы НУШ (1.1)

$$\begin{aligned} A_{zz} &= -\frac{i\beta_2}{2} A_{ttz} + i f_z, \\ A_{tttt} &= \frac{2i}{\beta_2} A_{ttz} + \frac{2}{\beta_2} f_{tt}. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Ошибка аппроксимации схемы (1.12) в окрестности точки (z^n, t_j) выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi &= i \left(A_z + \frac{h}{2} A_{zz} \right) - \frac{\beta_2}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\tau^2}{12} \frac{\partial^4}{\partial t^4} \right) [A + \alpha h A_z] + F^n + O(h^2 + \tau^4) \\ &= \left(i A_z - \frac{\beta_2}{2} A_{tt} \right) + i \frac{h}{2} A_{zz} - \frac{\alpha h \beta_2}{2} A_{ztt} - \frac{\beta_2 \tau^2}{24} A_{tttt} + F^n + O(h^2 + \tau^4) \end{aligned} \quad (1.14)$$

Слагаемым, имеющим порядок $O(h\tau^2)$, можно пренебречь в силу соотношения $O(h\tau^2) \leq O(h^2 + \tau^4)$. Используя соотношения (1.13) и уравнения (1.1) имеем

$$\psi = A_{ttz} \left[\frac{h\beta_2}{4} - \frac{\alpha h \beta_2}{2} - \frac{i\tau^2}{12} \right] + F^n - f - \frac{h}{2} f_z - \frac{\tau^2}{12} f_{tt} + O(h^2 + \tau^4), \quad (1.15)$$

поэтому, если слагаемое в квадратных скобках имеет порядок $O(h^2)$, а F^n аппроксимирует сумму $f + \frac{h}{2} f_z + \frac{\tau^2}{12} f_{tt}$, имеем в итоге условие на α и F^n :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} - \frac{i\tau^2}{6\beta_2 h} + O(h) = \frac{1}{2} - \frac{i}{3r} + ch, \quad r = \frac{2\beta_2 h}{\tau^2}, \\ F^n &= f + \frac{h}{2} f_z + \frac{\tau^2}{12} f_{tt} + O(h^2 + \tau^4) = f^n + \frac{h}{2} \frac{f^{n+1} - f^n}{h} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f^n \\ &= \frac{f^{n+1} + f^n}{2} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f^n \end{aligned} \quad (1.16)$$

Схема (1.10) является нелинейной и должна решаться с помощью итераций. Для получения итерационного алгоритма на каждом шаге n по эволюционной переменной z можно использовать простой метод линеаризации, похожий на двухшаговую процедуру, используемую в схеме предиктор-корректор.

В частности, зададим последовательность V_0, V_1, \dots, V_s (s – номер итерации), которая сходится к решению A^{n+1} на $(n + 1)$ -м шаге. В итоге, после нахождения начального приближения $V_{k,0}$, $k = 1, \dots, N$, с помощью явной схемы или используя решение с предыдущего шага по переменной z , можно запустить итерационный процесс для линеаризованных уравнений [95]

$$(iI - \frac{\beta_2 \alpha h}{2} \Lambda) \frac{V_{k,s+1} - A_k^n}{h} - \frac{\beta_2}{2} \Lambda A_k^n + \left[\frac{\gamma |V_{k,s+1}|^2 V_{k,s+1} + \sum_{m=1}^N C_{k,m} V_{k,s+1} + f_k^n}{2} + \frac{\tau^2}{12} \Lambda f_k^n \right] = 0 \quad (1.17)$$

для получения последовательности $V_{k,0}, V_{k,1}, \dots, V_{k,s}$, где I – тождественный оператор. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполнено условие остановки $|V_{k,s} - V_{k,s-1}|/|V_k| < \varepsilon$ для каждого $k = 1, \dots, N$. Схема (1.17) получена при значениях $A_k^{n+1} = V_{k,s+1}$ и $f_k^{n+1} = |V_{k,s}|^2 V_{k,s}$ в схеме (1.10). В представленных далее расчетах везде использовалось значение $\varepsilon \sim 10^{-10}$, при этом число итераций было ограничено сверху 30-ю. Значение диссипативного параметра s было выбрано экспериментально и равнялось 0.05 для минимизации ошибки вычислений. Периодические граничные условия были реализованы с помощью формулы Шермана-Моррисона [98, 99].

1.2.2. Метод расщепления с аппроксимацией Паде матричной экспоненты

Данный численный алгоритм является одним из представителей спектральных численных методов, обладающих высокой точностью расчета по временной переменной [96, 100]. Метод Фурье расщепления по физическим процессам был адаптирован для системы связанных НУШ специальным образом [58, 102]. Перепишем сначала систему (1.1) в операторном виде:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A, \quad (1.18)$$

где $A = (A_1, \dots, A_N)^T$ – вектор комплексных переменных, \hat{D} – линейный дифференциальный оператор, задающий дисперсию и линейные связи между различными переменными A_k , $k = 1 \dots N$, а \hat{N} – оператор, отвечающий за нелинейность. Для рассматриваемой системы уравнений эти операторы имеют следующую структуру:

$$\hat{D} = i \left[C - I \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right], \quad (1.19)$$

$$\hat{N} = \text{diag} \{ i\gamma |A_1|^2, i\gamma |A_2|^2, \dots, i\gamma |A_N|^2 \}, \quad (1.20)$$

где I – тождественный оператор, C – матрица линейных связей. В SSFM значение оптического поля при его распространении на один шаг h по эволюционной переменной z получают, вычисляя независимо друг от друга действие линейных и нелинейных эффектов. В частности, распространение от z до $z + h$ осуществляется в два этапа. На первом этапе, действует только нелинейность, и оператор $\hat{D} = 0$. На втором этапе, учитываются только линейные эффекты, и поэтому нелинейный оператор $\hat{N} = 0$. На практике для достижения второго порядка аппроксимации используется следующая симметризованная форма алгоритма:

$$A(z + h, t) \approx \exp \left(\frac{1}{2} h \hat{N} \right) \exp(h \hat{D}) \exp \left(\frac{1}{2} h \hat{N} \right) A(z, t), \quad (1.21)$$

которая при многократном применении для получения итогового решения на расстоянии $L = hM_z$ может быть представлена в виде

$$A(L, t) \approx \exp \left(-\frac{1}{2} h \hat{N} \right) \left(\prod_{m=1}^{M_z} \exp(h \hat{N}) \exp(h \hat{D}) \right) \exp \left(\frac{1}{2} h \hat{N} \right) A(0, t). \quad (1.22)$$

При обобщении SSFM на систему НУШ (1.18) вычисление нелинейного оператора $\exp(\alpha h \hat{N})$, $\alpha = \{0.5, -0.5\}$ в силу его диагональности тривиальным образом распадается на расчет отдельных действий нелинейного оператора на каждую переменную A_k , $k = 1, \dots, N$ с использованием явного алгоритма [84]. Отметим, что расчет действия нелинейного оператора также возможен с помощью явной схемы [103], что может быть эффективнее в ряде случаев, однако,

данный подход в настоящей работе не рассматривается. Так как линейный оператор \hat{D} представляет собой недиагональную матрицу, то возникает необходимость вычисления матричной экспоненты $\exp(h\hat{D})$ для реализации линейного шага. Для этого применялась следующая схема: матричная экспонента $\exp(h\hat{D})$ вычислялась в Фурье-пространстве, используя представление

$$\exp(h\hat{D})\tilde{A}(z, t) = F_t^{-1} \exp[h\hat{D}(-i\omega)]F_t\tilde{A}(z, t), \quad (1.23)$$

где F_t обозначает операцию применения преобразования Фурье, а $\tilde{A}(z, t)$ – это вектор из промежуточных значений N переменных, который может быть записан в виде

$$\tilde{A}(z, t) = \left(\prod_{m=1}^n \exp(h\hat{N}) \exp(h\hat{D}) \right) \exp\left(\frac{1}{2}h\hat{N}\right) A(0, t), \quad (1.24)$$

где $z = nh$, а оператор $\hat{D}(-i\omega)$ получен из дисперсионного оператора (1.19) заменой производной $\partial/\partial t$ на $-i\omega$, где ω – круговая частота в Фурье-пространстве. Полученная матрица $\exp[h\hat{D}(-i\omega)]$ является постоянной, поэтому в случае использования равномерной сетки по z ее вычисление достаточно осуществить только один раз перед началом счета. Численная аппроксимация Паде является самым используемым на практике методом вычисления матричной экспоненты [88, 89]. Аппроксимант Паде для матричной экспоненты может быть записан в виде

$$r_{k,m}(X) = \left[\sum_{j=0}^m \frac{(k+m-j)!m!}{(k+m)!(m-j)!} \frac{(-X)^j}{j!} \right]^{-1} \left[\sum_{j=0}^k \frac{(k+m-j)!k!}{(k+m)!(k-j)!} \frac{X^j}{j!} \right] \approx \exp[X], \quad (1.25)$$

где X – матрица размера $N \times N$, и представляет собой рациональную функцию с числителем $p_{k,m}(X)$ степени k и знаменателем $q_{k,m}(X)$ степени m , что обеспечивает в итоге порядок аппроксимации $O(X^{k+m+1}) = e^X - r_{k,m}(X)$. Диагональный аппроксимант $r_{m,m}(X) = r_m(X) = p_m(X)/q_m(X)$ более предпочтителен с практической точки зрения, так как $r_{k,m}$ с $k \neq m$ является менее точным, по сравнению с аппроксимантом $r_j(X)$, у которого $j = \max(k, m)$, хотя $r_j(X)$

требует таких же вычислительных затрат. Кроме того, спектральный радиус ρ аппроксиманта $r_m(X)$ меньше 1, если собственные числа матрицы X лежат в открытой левой комплексной полуплоскости [104]. Данное свойство важно при решении дифференциальных уравнений.

Для вычисления матричной экспоненты удобно использовать соотношение $e^X = (e^{X/\sigma})^\sigma$ для перенормировки линейного оператора (scaling and squaring), где $\sigma = 2^s$, s – некоторое натуральное число. Такой подход позволяет значительно увеличить точность вычисления матричной экспоненты e^X по сравнению с прямым применением формулы численного приближения (1.25) [88]. Вначале выбирается число σ , такое чтобы норма матрицы X/σ оказалась порядка 1. Затем вычисляется аппроксимация Паде (1.25) для нормированной матрицы, которая возводится в степень σ .

Данный метод, называющийся в литературе “scaling and squaring”, был предложен Хайемом на основе проведенного им анализа аппроксимации Паде [89]. Метод является высокоточным и быстрым: Хайем предложил в зависимости от нормы вычисляемой матрицы использовать аппроксиманты Паде определенного порядка ($m = 3, 5, 7, 9, 13$), которые требуют минимального числа матричных умножений и операций масштабирования матриц. В программной реализации метода расщепления по физическим процессам использовался именно этот подход.

1.2.3. Программная реализация численных алгоритмов

На основе предложенной модификации компактной схемы и обобщения метода расщепления по физическим процессам на языке C++ был разработан программный комплекс расчета распространения оптических импульсов в многосердцевинных световодах с различными конфигурациями сердцевин. В его основе лежит специализированная математическая библиотека Intel MKL, распространяемая в составе Intel C++ Composer XE 2015. Использование данной библиотеки, в частности функций из компонент BLAS, LAPACK, VML и DFT,

позволило существенно ускорить исполнение кода обоих численных методов. В качестве компилятора использовался Intel C++ Compiler (icpc) версии 15.0.

Реализация компактной итерационной схемы использовала функции из компонент BLAS и LAPACK. Для вычисления значения каждой из N огибающих A_k на следующей итерации необходимо решить N СЛАУ, состоящих из M_t уравнений и различающихся только правыми частями. Обращение комплексной трехдиагональной матрицы таких СЛАУ осуществлялось один раз перед основным вычислительным циклом программы с помощью функции `zdttrfb` компоненты LAPACK, производящей разложение данной матрицы с помощью метода встречных прогонок (Burning At Both Ends – BAVE-алгоритм). На каждой итерации вызовом функции `zdttrs` из LAPACK находилось решение N СЛАУ с использованием обращенной с помощью функции `zdttrfb` матрицы.

Часть слагаемых в правых частях СЛАУ не изменялась в процессе итераций, поэтому хранилась в отдельном массиве. Везде, где это было возможно, векторные операции вида $ax + y$, где a – константа, а x, y – векторы длины M_t , производились с помощью вызова функции `cblas_zaxpy` из компоненты BLAS. Это позволило существенно сократить время вычисления вторых разностных производных ΛA_k^n и Λf_k^n в правых частях N СЛАУ. Слагаемые f_k^n (1.11), содержащие кубическую нелинейность и линейные связи между огибающими, также вычислялись на каждом шаге и хранились в отдельном массиве.

Периодические граничные условия были реализованы с использованием формулы Шермана-Моррисона, что позволило использовать быстрые функции обращения трехдиагональных матриц из библиотеки MKL, а не реализовывать собственными силами алгоритм прогонки, учитывающий периодические граничные условия.

Здесь следует отметить, что на каждый шаг по эволюционной переменной z при использовании компактной схемы приходится $O(NM_t)$ операций. Это позволяет алгоритму эффективно масштабироваться при росте числа уравнений в решаемой системе НУШ и увеличении сетки по времени.

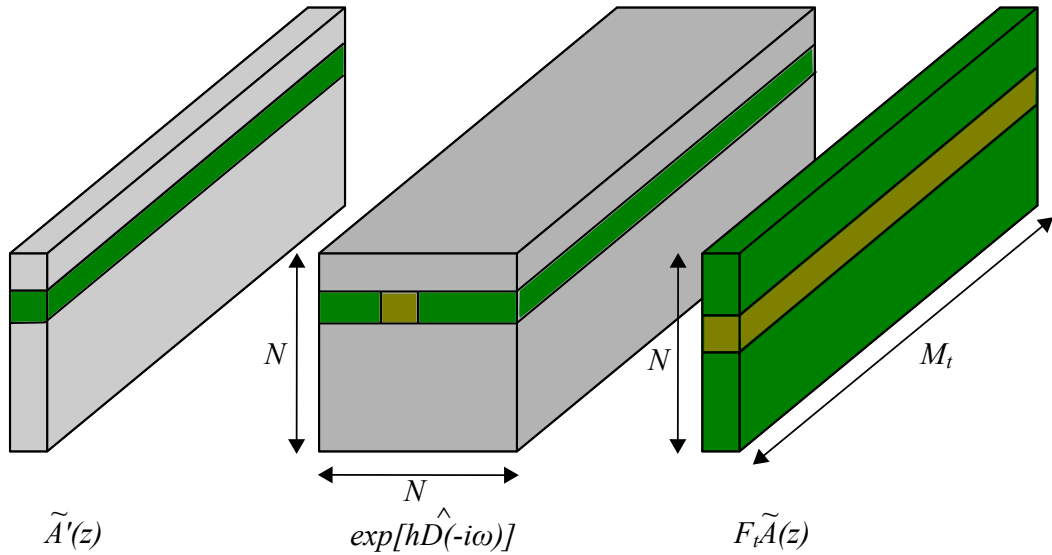


Рисунок 1.2 – Схема умножения матричной экспоненты $\exp[h\hat{D}(-i\omega)]$ на промежуточное значение временного распределения вектора переменных $F_t \tilde{A}(z)$ для расчета действия линейных эффектов. $\tilde{A}'(z)$ является результатом умножения.

В методе расщепления преобразование Фурье выполнялось с помощью алгоритма Быстрого преобразования Фурье (БПФ, FFT) из компоненты DFT, асимптотическая сложность которого $O(M_t \log M_t)$. Размер сетки по временной переменной M_t всегда являлся некоторой степенью двойки. Результат действия нелинейного оператора в системе НУШ вычислялся с помощью функций из компоненты VML, в частности использовалось поэлементное нахождение экспоненты векторов длиной M_t , а также поэлементное возведение в квадрат.

Матричная экспонента, вычисляемая с помощью аппроксимации Паде (1.25), находилась с использованием функции `zgemm` (умножение матрицы на матрицу) из компоненты BLAS и функций компоненты LAPACK, выполняющих обращение матриц. Сама матричная экспонента хранилась в памяти в виде двумерного массива комплексных чисел размера $N^2 \times M_t$. Умножение векторов, содержащих промежуточные значения огибающих, в основном цикле программы осуществлялось не прямым способом по определению (т.е. не как умножение M_t раз матрицы размера $N \times N$ на вектор длины N), а с помощью N^2 поэлементных умножений и сложений одной из N^2 строк длины M_t матричной

экспоненты на временное распределение одной из N компонент вектора $F_t \tilde{A}(z)$ длиной M_t (см. рис. 1.2). Такой подход позволил существенно сократить количество вызовов функций из библиотеки MKL, а также улучшить доступ к памяти. Операции поэлементного сложения и умножения векторов выполнялись высокооптимизированными функциями из компоненты VML.

Матрица линейных связей C обычно является разреженной. Однако матричная экспонента уже представляет собой плотную матрицу, а значит умножение на нее вектора неизвестных производится за $O(N^2)$ операций. Поэтому вычисление линейного шага – самая трудозатратная операция при достаточно большом количестве уравнений в исходной системе (1.21), влекущая быстрый рост времени работы метода расщепления. Это является его главным недостатком по сравнению с компактной итерационной схемой. Другим возможным ограничением при использовании метода расщепления в случае систем НУШ большого размера является накопления ошибок округления вследствие многократных умножений плотной матрицы на вектор.

Все представленные далее результаты вычислений были выполнены на сервере с общей памятью HP DL980 G7, входящем в состав вычислительного кластера Новосибирского государственного университета и содержащем десять 8-ядерных процессоров Intel Xeon E7-4870 с частотой 2400 МГц.

1.3. Тестовые расчеты

В этом параграфе представлены результаты исследования точности и скорости работы предложенного обобщения компактной итерационной схемы и обобщения метода расщепления по физическим процессам на некоторых известных решениях НУШ. Для исследования обоих методов была выбрана система НУШ

$$i \frac{\partial A_k}{\partial z} = -\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_k}{\partial t^2} - (A_{k+1} - 2A_k + A_{k-1}) - \gamma |A_k|^2 A_k, \quad k = 1, \dots, N, \quad (1.26)$$

с периодическими граничными условиями по сердцевинам $A_{-1} = A_N$. В качестве тестовых решений $A_{k,e}(z, t)$ скалярного НУШ (1.7) были выбраны фундаментальный солитон и солитон Кузнецова-Ма [105] (см. рисунок 1.3), которые также являются решениями системы (1.26) при $\gamma = 1$ и $\beta_2 = -1$ и если данные решения заданы в качестве начальных значений каждой огибающей A_k . Это верно вследствие взаимной компенсации влияния полей сердцевины с номерами $k + 1$ и $k - 1$ и поля в сердцевине с номером k . Аналогичная система уравнений

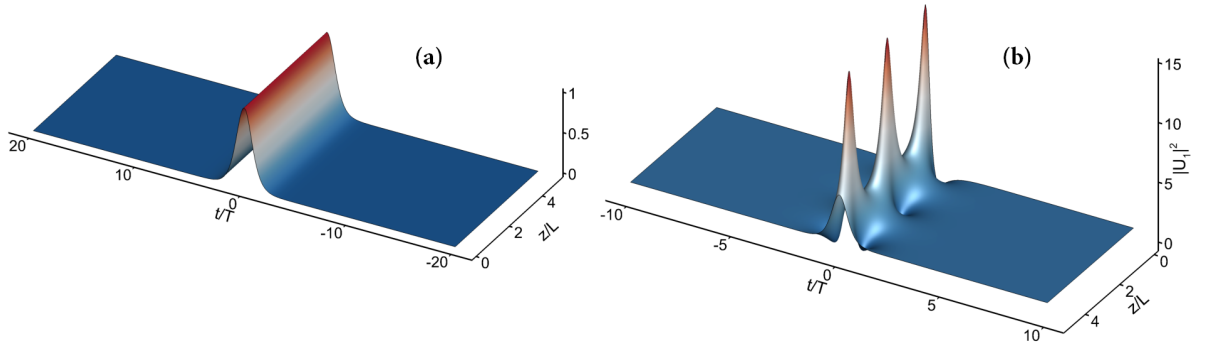


Рисунок 1.3 – Фундаментальный солитон (а) и солитон Кузнецова-Ма (б) – точные решения скалярного НУШ (1.7) при $\beta_2 = -1$ и $\gamma = 1$.

использовалась, например, в работе [57] в качестве модели для описания распространения оптических импульсов в многосердцевинных световодах с круговым расположением сердцевины. Матрица линейных связей данной системы НУШ с периодическими граничными условиями по сердцевинам имеет следующий вид:

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

В большинстве расчетов использовалась последовательность сеток, начинающаяся с определенного размера $M_z \times M_t$ и возрастающая в 4 и 2 раза по временной и пространственной переменным, соответственно, вследствие 4-го по-

рядка компактной схемы по времени t и 2-го порядка по z . Для каждой сетки рассчитывалось значение относительной L_2 -нормы ошибки на точном решении

$$\delta = \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{\|A_k^n - A_{k,e}(z_n)\|_{L_2}^2}{\|A_k^n\|_{L_2}^2}}. \quad (1.28)$$

Данная ошибка очевидным образом зависит от величины шага $\delta = \delta(h, \tau)$ и может быть использована для определения порядка исследуемых численных алгоритмов. Например, для шага по времени τ в предположении выполнения соотношения $\delta \sim \tau^p$, где p – это порядок аппроксимации конкретного метода, можно найти коэффициент уменьшения ошибки $K = \delta(h, \tau)/\delta(h, \tau/2) = 2^p$, дающий порядок p по времени t .

Кроме этого, в параграфе представлено исследование сохранения численными методами полной энергии E (1.5) и Гамильтониана H (1.6). Относительная ошибка

$$\delta_E = \max_{1 \leq n \leq M_z} \frac{|E(z_n) - E(0)|}{E(0)}, \quad \delta_H = \max_{1 \leq n \leq M_z} \frac{|H(z_n) - H(0)|}{H(0)} \quad (1.29)$$

определялась для сеток разных размеров. Вычисление сохраняющихся величин производилось численным интегрированием с помощью метода левых прямоугольников.

1.3.1. Тестирование на фундаментальном солитоне

В начале был проведен анализ на решении скалярного НУШ в виде фундаментального солитона

$$A_e(z, t) = \exp\left(\frac{iz}{2}\right) \frac{1}{\cosh(t)}. \quad (1.30)$$

Увеличение размера системы НУШ не оказывало существенного влияния на размер ошибки аппроксимации и влияло только на время вычислений. Поэтому анализ точности работы алгоритмов был проведен на скалярном НУШ ($N = 1$). Все расчеты осуществлялись в области изменения параметров $(0 \leq z \leq 5) \times (-30 \leq t \leq 30)$.

M_t	δ	K
2^7	8.812e-03	—
2^8	5.078e-04	17.35
2^9	3.131e-05	16.22
2^{10}	1.946e-06	16.09
2^{11}	1.211e-07	16.07
2^{12}	6.591e-09	18.37
2^{13}	4.439e-10	14.85

Таблица 1.1 – L_2 -норма относительной ошибки δ на фундаментальном солитоне (1.30) и коэффициент ее уменьшения K на последовательности расчетных сеток с фиксированным числом узлов по пространственной переменной ($M_z = 1000000$) в случае компактной итерационной схемы (1.10).

Для численного подтверждения порядка точности представленных методов были рассмотрены две различные последовательности сеток: первая последовательность имела фиксированное число узлов по пространственной переменной ($M_z = 1000000$), но число узлов по временной переменной t возрастало в 2 раза, начиная со значения $M_t = 2^7$. L_2 -норма ошибки δ и коэффициент ее уменьшения K для данной последовательности сеток приведены в таблице 1.1 в случае компактной схемы (1.10). Величина коэффициента K подтверждает четвертый порядок аппроксимации компактной итерационной схемы по времени t ($K \sim 16$, $p = 4$).

Для подтверждения второго порядка точности по z обоих алгоритмов была выбрана другая последовательность сеток. В таблице 1.2 представлена L_2 -норма ошибки δ при фиксированном числе узлов по времени t ($M_t = 2^{14}$) и различном размере сетки по пространству M_z , увеличивающемся в 2 раза. Полученные коэффициенты K также демонстрируют совпадение теоретического и практического порядков сходимости обоих методов.

На рисунке 1.4 (а) изображена зависимость длительности расчета, усред-

M_z	δ	K	δ	K
125	1.424e-04	—	1.092e-03	—
250	3.557e-05	4.00	2.732e-04	4.00
500	8.874e-06	4.01	6.830e-05	4.00
1000	2.208e-06	4.02	1.708e-05	4.00
2000	5.468e-07	4.04	4.269e-06	4.00
4000	1.286e-07	4.25	1.067e-06	4.00
8000	3.155e-08	4.08	2.668e-07	4.00

(a) Компактная итерационная схема

(b) SSFM

Таблица 1.2 – L_2 -норма относительной ошибки δ на фундаментальном солитоне (1.30) и коэффициент ее уменьшения K на последовательности расчетных сеток с фиксированным числом узлов по временной переменной ($M_t = 2^{14}$) в случае компактной схемы (1.10) (a) и метода расщепления (1.22) (b).

ненной по 3-м запускам, от размера расчетной сетки и полученной относительной ошибки. В качестве начальной была выбрана сетка размера $M_z \times M_t = 125 \times 2^7$ с областью изменения параметров $(0 \leq z \leq 5) \times (-30 \leq t \leq 30)$, так как это минимальная расчетная сетка, с помощью которой возможно корректное описание динамики решения НУШ, поэтому для нее ошибка по обоим переменным z и t является достаточно большой и соразмерной. Каждая следующая сетка больше предыдущей в 4 раза по числу узлов M_z и в 2 раза по M_t . На рисунке 1.4b представлен график зависимости времени расчета от величины достигнутой ошибки для сеток разных размеров.

Метод расщепления (SSFM) оказывается быстрее компактной схемы на рассматриваемых сетках только до размера $M_z \times M_t = 32000 \times 2^{10}$ (см. рисунок 1.4а), что объясняется асимптотической сложностью порядка $O(M_t \log M_t)$ быстрого преобразования Фурье, используемого в численном алгоритме, и только линейной сложностью конечно-разностной схемы. Однако ошибка одного и того же размера может быть получена с помощью SSFM в 10 раз быстрее, чем

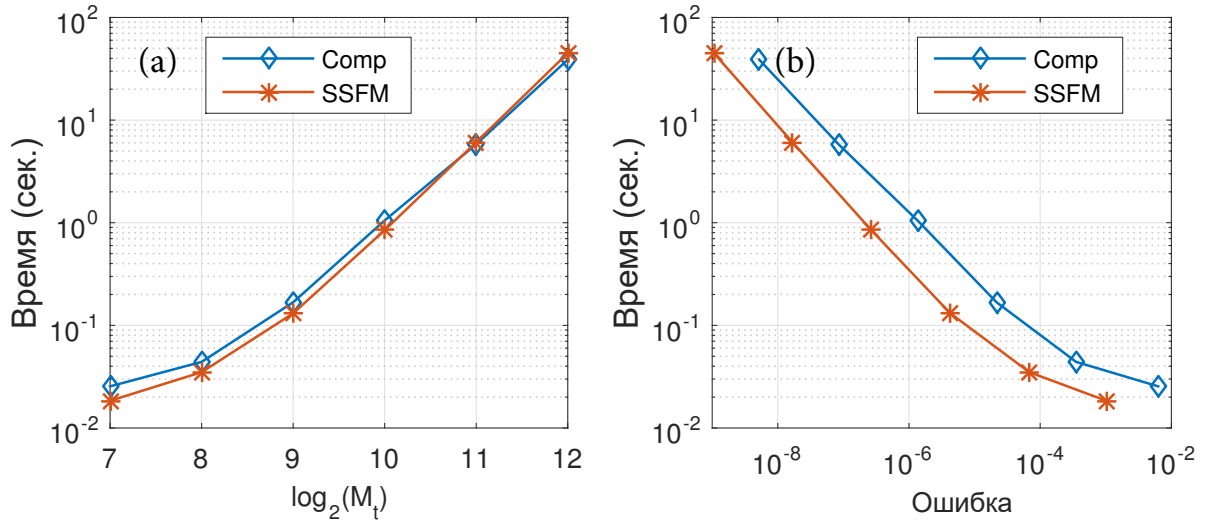


Рисунок 1.4 – Процессорное время (в секундах), затраченное на решение скалярного НУШ (ур. (1.26) при $N = 1$) с фундаментальным солитоном (1.30) в качестве начальных данных с помощью обоих алгоритмов, в зависимости от размера сеток (а) и полученной L_2 -нормы ошибки (б). Размер сетки по пространственной переменной M_z возрастал в 4 раза, а размер сетки по времени M_t увеличивался в 2 раза.

с помощью компактной схемы (рисунок 1.4b). Число итераций компактной схемы зависит от размера расчетной сетки и равняется 6-ти для сетки размером $M_z \times M_t = 125 \times 2^7$, но сокращается до 2-х итераций в случае сеток больше $M_z \times M_t = 32000 \times 2^{10}$.

1.3.2. Тестирование на солитоне Кузнецова-Ма

Солитон Кузнецова-Ма является точным решением скалярного НУШ и представляет собой периодический по времени солитон (т.н. “дышащий солитон”, “breather”). Так как в процессе своего распространения интенсивность и ширина солитона Кузнецова-Ма существенно изменяется, данный тест является более приближенным к практическим задачам, чем предыдущий. Такая динамика аналогична процессу сжатия оптического импульса. Данный солитон может быть записан в виде [105, 106]:

$$A_e(z, t) = \exp(iz) \left[1 + \frac{-2 \cosh(bz) + ib \sinh(bz)}{\sqrt{2} \cos(\omega t) - \cosh(bz)} \right], \quad (1.31)$$

где $b = 2\sqrt{2}i$, $\omega = 2i$.

В этом тесте область изменения эволюционной переменной была той же ($0 \leq z \leq 5$), но временное окно равнялось $-10 \leq t \leq 10$ для того, чтобы на ширину импульса приходилось примерно то же число узлов, что и в предыдущем тесте с фундаментальным солитоном.

M_t	δ	K
2^8	2.495e+00	—
2^9	5.750e-02	43.40
2^{10}	3.478e-03	16.53
2^{11}	2.108e-04	16.50
2^{12}	1.200e-05	17.57
2^{13}	5.097e-07	23.54
2^{14}	3.559e-08	14.32

Таблица 1.3 – L_2 -норма относительной ошибки δ на солитоне Кузнецова-Ма (1.31) и коэффициент ее уменьшения K на последовательности расчетных сеток с фиксированным числом узлов по пространственной переменной ($M_z = 1000000$) в случае компактной итерационной схемы (1.10).

В таблицах 1.3 и 1.4 представлена L_2 -норма ошибки δ для обоих методов. Полученные коэффициенты K также демонстрируют 4-й порядок по времени t компактной схемы и 2-й по пространству обоих рассматриваемых алгоритмов.

Время расчета (среднее значение по 3-м запускам) и абсолютная ошибка на солитоне Кузнецова-Ма для случая скалярного НУШ ($N = 1$) на последовательности сеток изображены на рисунке 1.5. Число итераций, требуемых компактной схеме, в данной случае немного увеличилось по сравнению с фундаментальным солитоном. Компактной схеме необходимо ≈ 7 итераций для сходимости на сетке $M_z \times M_t = 500 \times 2^8$ и менее 4-х итераций для сеток размером больше $M_z \times M_t = 32000 \times 2^{11}$. В связи с этим увеличивается время расчета компактной схемой и, поэтому, компактная схема оказывается быстрее SSFM только на сетках размером $M_z \times M_t = 512000 \times 2^{13}$ и более (см. рисунок 1.5

M_z	δ	K	δ	K
125	1.166e+00	—	2.572e+00	—
250	2.831e-01	4.12	8.628e-01	2.98
500	7.260e-02	3.90	1.295e-01	6.66
1000	1.833e-02	3.96	3.086e-02	4.20
2000	4.579e-03	4.00	7.639e-03	4.04
4000	1.136e-03	4.03	1.905e-03	4.01
8000	2.793e-04	4.07	4.760e-04	4.00

(a) Компактная итерационная схема

(b) SSFM

Таблица 1.4 – L_2 -норма относительной ошибки δ на солитоне Кузнецова-Ма (1.31) и коэффициент ее уменьшения K на последовательности расчетных сеток с фиксированным числом узлов по временной переменной ($M_t = 2^{14}$) в случае компактной схемы (1.10) (a) и метода расщепления (1.22) (b).

(a)). Но в данном случае конечно-разностной схеме требуется примерно такое же время, как и SSFM, для достижения аналогичной точности (рисунок 1.5 (b)). В итоге, на данном динамическом тесте оба численных алгоритма демонстрируют приблизительно одинаковые результаты, в отличие от предыдущего теста на стационарном решении.

Следует заметить, что данный тест с солитоном Кузнецова-Ма неустойчив при размере N системы НУШ (1.26) больше 1. Неустойчивость распространяющихся в каждой сердцевине солитонов вызвана большой пиковой мощностью начальных импульсов и наблюдается в численном счете. Если у солитонов появляется небольшое возмущение в их распределении интенсивности, энергия солитонов концентрируется в небольшом количестве сердцевин. Матричная экспонента, вычисляемая с помощью аппроксимации Паде, при $N > 1$ в общем случае не является в точности симметричной из-за влияния небольших ошибок округления. Данная несимметричность и вызывает наблюдаемую неустойчивость, поэтому демонстрируемый анализ был проведен только для случая

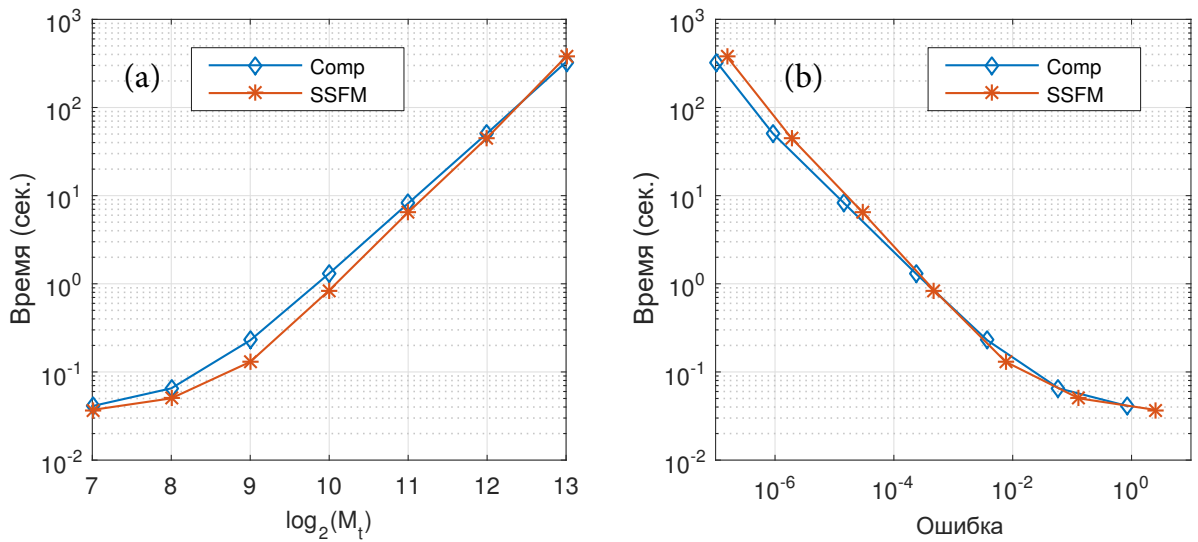


Рисунок 1.5 – Процессорное время (в секундах), затраченное на решение скалярного НУШ (ур. (1.26) при $N = 1$) с солитоном Кузнецова-Ма (1.31) в качестве начальных данных с помощью обоих алгоритмов, в зависимости от размера сеток (a) и полученной L_2 -нормы ошибки (b). Размер сетки по пространственной переменной M_z возрастал в 4 раза, а размер сетки по времени M_t увеличивался в 2 раза.

одиночного НУШ. Однако, решения, соответствующие каждому отдельному уравнению системы (1.26) и вычисленные с помощью компактной итерационной схемы, полностью одинаковые, несмотря на существующую неустойчивость. Таким образом, данная особенность компактной схемы позволяет находить с ее помощью неустойчивые решения.

Далее было проведено исследование сохранения двух основных интегралов НУШ – полной энергии E (1.5) и Гамильтониана H (1.6). Метод расщепления превосходно сохраняет полную энергию E , относительная ошибка при этом не превышает $1e-10$ (см. рисунок 1.6 (a)). Заметим, что вычисление полной энергии на мелких сетках невозможно осуществить с точностью, превосходящей $1e-10$, как методом расщепления, так и компактной схемой. Данный факт может быть объяснен накоплением ошибок округления и влиянием конечных границ области моделирования по времени t . Гамильтониан H сохраняется с одинаковой точностью обоими алгоритмами (рисунок 1.6b).

При росте числа уравнений системы НУШ (1.26) линейная асимптотиче-

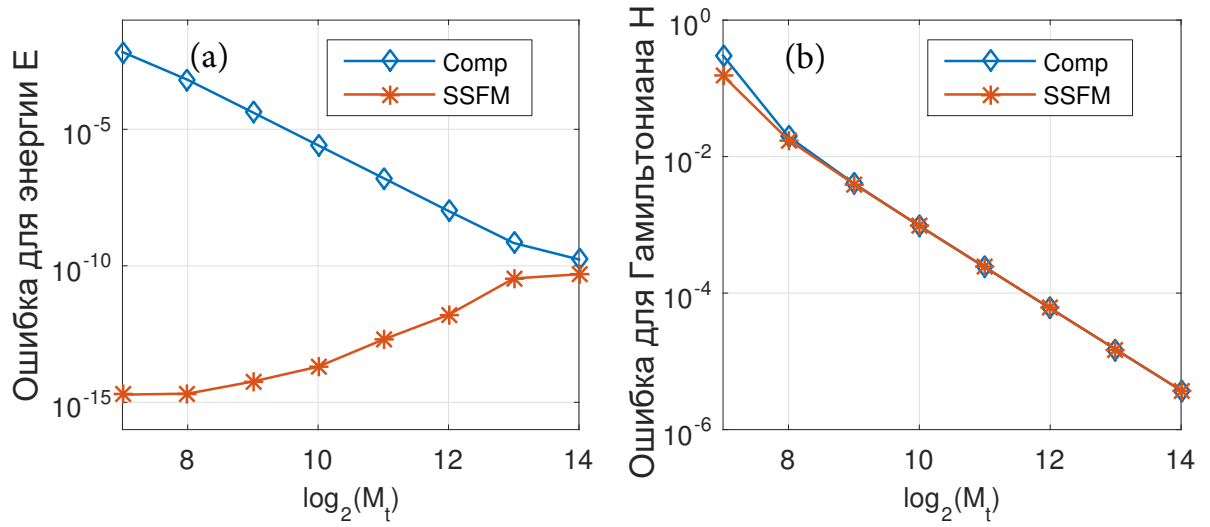


Рисунок 1.6 – Относительная ошибка сохранения полной энергии E и Гамильтониана H (1.29) обоими численными алгоритмами на примере солитона Кузнецова-Ма (1.31). Размер сетки по пространственной переменной M_z увеличивается в 4 раза, а размер сетки по времени M_t – в 2 раза.

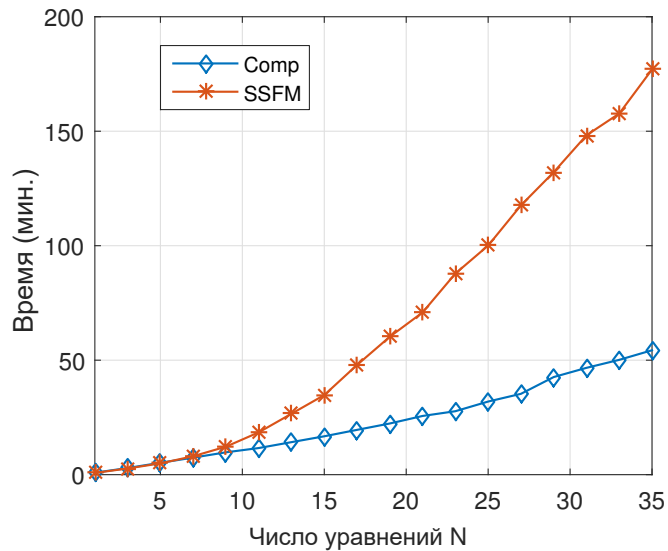


Рисунок 1.7 – Процессорное время расчета обоими алгоритмами (в минутах) в зависимости от числа уравнений N системы НУШ (1.26) распространения солитона Кузнецова-Ма (1.31) при размере сетки $M_z \times M_t = 128000 \times 2^{12}$.

ская сложность $O(N)$ компактной схемы позволяет ей в некоторый момент оказаться существенно быстрее метода расщепления (см. рисунок 1.7). Умножения матрицы на вектор в методе расщепления, имеющие сложность порядка $O(N^2)$, на системах НУШ большого размера определяют общую асимптотическую сложность метода расщепления по физическим процессам. Расчеты показывают, что время вычислений с помощью метода расщепления начинает резко увеличиваться, если число уравнений превосходит 10.

1.4. Параллельная реализация численных методов

Предложенные численные алгоритмы были распараллелены с помощью технологии OpenMP с целью ускорения их работы. Для обоих алгоритмов оказалось эффективным распараллеливание по обрабатываемым данным. Так как сетка по времени имеет размер M_t , то, если M_t кратно m , каждый из m потоков OpenMP получает M_t/m узлов этой сетки (рисунок 1.8). Если же M_t не кратно m , распараллеливание по данным также возможно, но данный подход уже будет не таким эффективным.

Разделение данных по потокам в случае компактной схемы применялось на всех вычислительных этапах, кроме решения N СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Вместо этого производился вызов распараллеленной функции `zdttrs` из компоненты LAPACK, которая независимо находила решение для N разных правых частей.

Все вычислительные этапы метода расщепления, кроме быстрого преобразования Фурье, также осуществлялись с разделением данных по потокам OpenMP. Как известно, одномерное БПФ плохо распараллеливается: одна из ведущих реализаций данного алгоритма [107] демонстрирует лишь 4-кратное ускорение на 16-ядерном процессоре. Поэтому в методе расщепления использовался другой подход: выполнение каждого из N одномерных БПФ производилось независимо друг от друга.

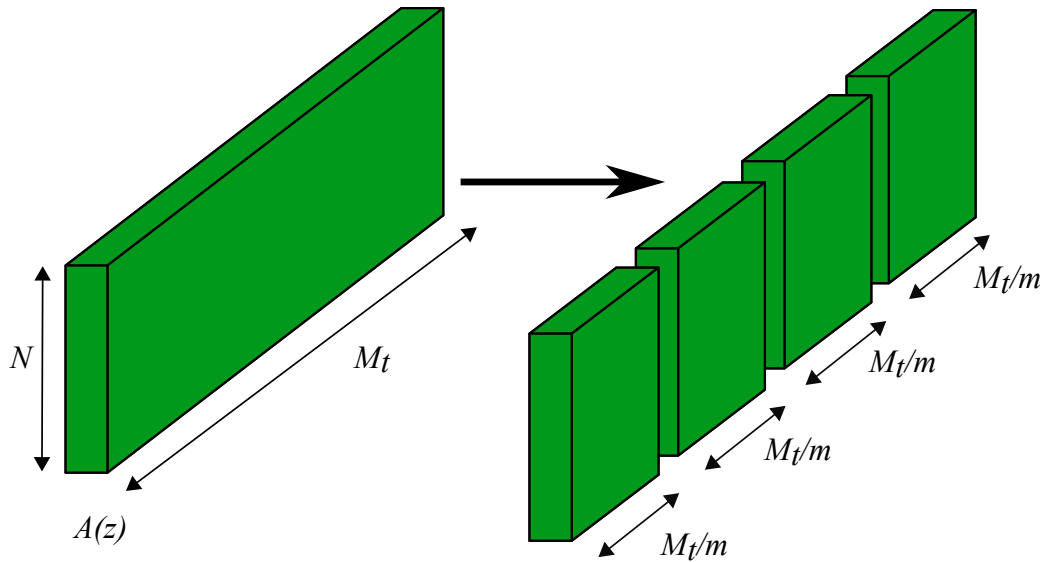


Рисунок 1.8 – Схема разделения обрабатываемых алгоритмами данных по m потокам OpenMP.

Ускорение параллельной реализации предложенных алгоритмов было проанализировано в зависимости от числа потоков OpenMP на последовательности сеток по времени $M_t = 2^{10} \dots 2^{15}$ с фиксированным числом шагов по пространству $M_z = 8000$. Решалась система НУШ (1.26) с $N = 10$ и 20 уравнениями. Солитон Кузнецова-Ма (1.31) использовался в качестве начальных данных. Для каждого размера сетки и числа потоков время работы алгоритмов усреднялось по 3-м запускам. Как видно из рисунка 1.9, эффективность распараллеливания компактной схемы и метода расщепления растет с увеличением размера сетки по времени. На небольших сетках метод расщепления демонстрирует лучшую эффективность по сравнению с компактной схемой. Оба метода показывают хорошее ускорение на больших сетках, в некоторых случаях ускорение почти линейное. Также нужно отметить, что масштабируемость алгоритмов улучшается с увеличением размера системы НУШ (см. рисунок 1.9 и рисунок 1.10). Например, ускорение компактной схемы на 16 потоках OpenMP и сетке с $M_t = 2^{15}$ узлами около 9.5 раз при числе уравнений в системе НУШ, равном 10, а в случае 20 уравнений в системе ускорение равняется 12.3 раз. И в этом случае при малом числе потоков ускорение метода расщепления является линейным.

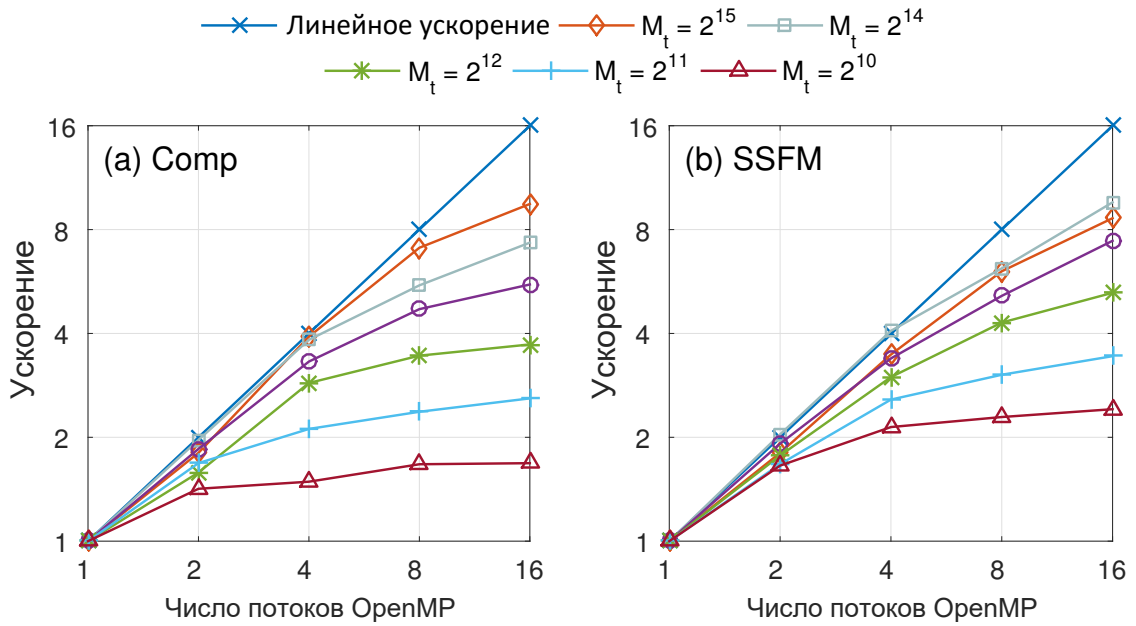


Рисунок 1.9 – Ускорение компактной итерационной схемы (а) и метода расщепления (б) в зависимости от числа потоков OpenMP при различных размерах сетки по времени.

Производилось численное решение системы НУШ (1.26) из 10 уравнений с начальными данными в виде солитона Кузнецова-Ма (1.31).

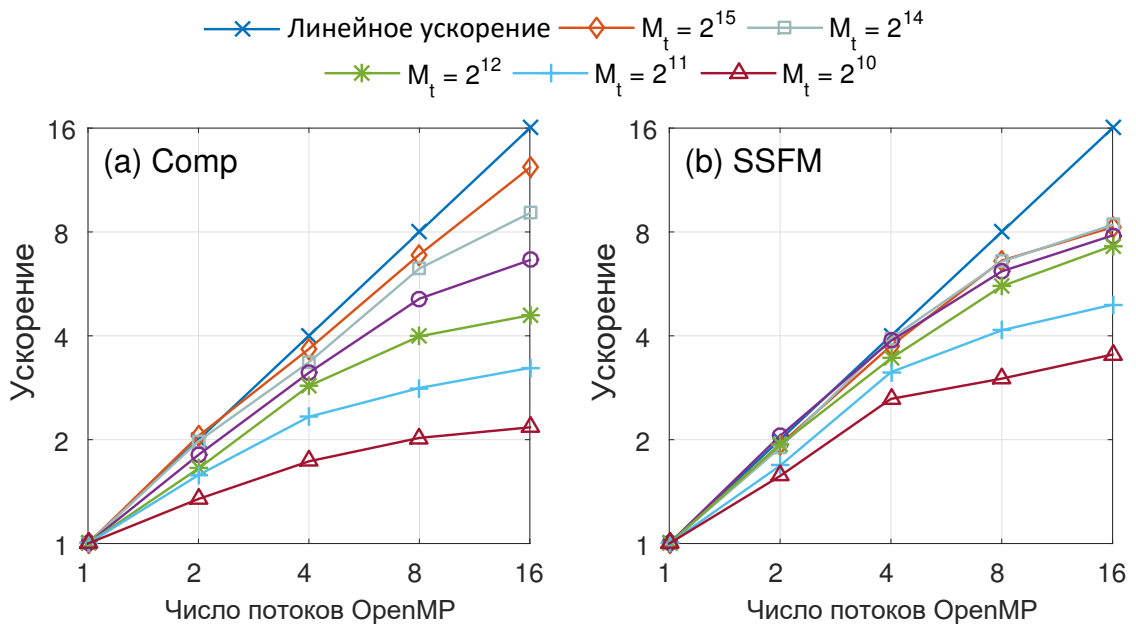


Рисунок 1.10 – Ускорение компактной итерационной схемы (а) и метода расщепления (б) в зависимости от числа потоков OpenMP при различных размерах сетки по времени.

Производилось численное решение системы НУШ (1.26) из 20 уравнений с начальными данными в виде солитона Кузнецова-Ма (1.31).

1.5. Выводы к первой главе

Развитие телекоммуникационных технологий влечет за собой необходимость создания новых численных методов для решения возникающих систем связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ). В этой главе было рассмотрено предложенное автором обобщение компактной диссипативной схемы с итерациями, а также модификация широко известного метода расщепления по физическим процессам. Предложенные численные алгоритмы позволяют решать системы связанных НУШ с линейными связями любого вида. В главе был проведен сравнительный анализ производительности и точности обоих методов. Было показано, что компактная схема более предпочтительна для решения систем НУШ большого размера. В некоторых частных случаях данная схема превосходит обобщение метода расщепления по точности и скорости работы даже в случае одиночного НУШ.

Также в главе были представлены методологические рекомендации для эффективного распараллеливания обоих алгоритмов на вычислительных системах с общей памятью с помощью OpenMP. Было показано, что ускорение компактной схемы почти линейное на больших сетках по времени. Ускорение метода расщепления в случае таких размеров сеток является линейным при малом числе вычислительных потоков.

Глава 2

Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов с одномерным расположением сердцевин

Задача увеличения производительности сверхбыстрых волоконных лазеров в последние годы привлекает большое внимание в виду необходимости создания лазерных источников с высокой энергией, большой пиковой мощностью и высокой частотой повторения. Однако, прогресс в данной области был ограничен, главным образом, нелинейными эффектами, вызванными прохождением мощных импульсов в сердцевине с малым радиусом, которые часто приводили к искажению импульсов и повреждению рабочего волокна. Одним из подходов для уменьшения влияния нелинейности является изготовление волокон с большой эффективной площадью.

Идея использовать волновой коллапс для сжатия и сложения оптических импульсов была впервые предложена более 20 лет назад, но ее практическая реализация, использующая массив волноводов, до сих пор была слишком сложной. В работах [33, 34, 108, 109] с помощью численного моделирования было продемонстрировано, что импульсы, одновременно запущенные во все волноводы, могут быть сложены в небольшом числе близко расположенных волноводов с одновременным уменьшением их длительности.

Многосердцевинные световоды (MCF) являются одним из видов массивов волноводов с особым расположением небольшого числа сердцевин, на основе которого предложенная идея может быть реализована. При этом такой тип нелинейного сложения импульсов существенно отличается от популярной в настоящее время схемы линейного сложения [55, 56] и может быть полезен для

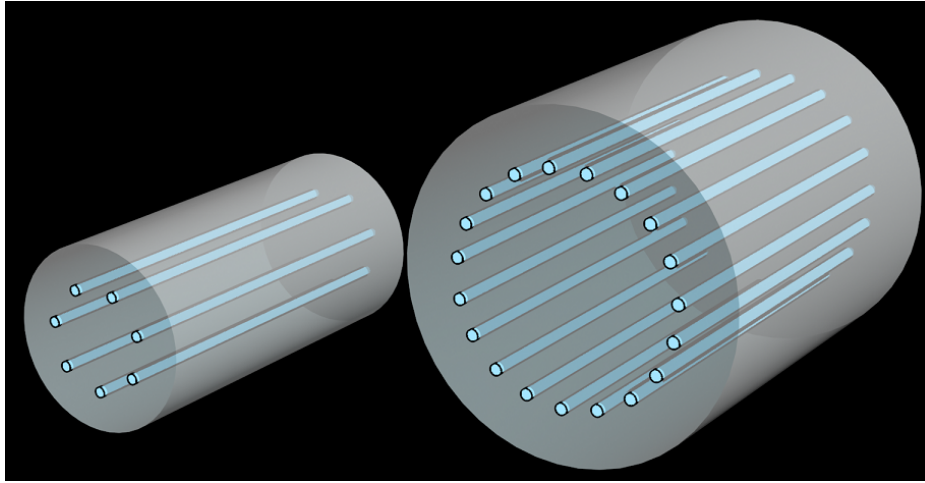


Рисунок 2.1 – Схема рассматриваемых многосердцевинных световодов с 7 (левый рисунок) и 19 (правый) сердцевинами, расположенными по окружности.

других задач по переносу энергии с помощью оптических волокон. Увеличенная эффективная площадь сечения многосердцевинных световодов позволяет складывать высокоэнергетические импульсы при сохранении компактных размеров всей схемы.

В данной главе представлены результаты теоретического исследования сжатия и сложения оптических импульсов на основе математической модели, описывающей распространение оптических импульсов в световодах с расположенными по окружности сердцевинами, каждая из которых взаимодействует только с двумя ее ближайшими соседями (см. рис. 2.1). Основные результаты данной главы были представлены в работах [57, 59].

Для качественного описания эволюции таких физических систем в случае большого числа сердцевин может быть использовано широко известное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ). В частности, при наличии аномальной дисперсии в MCF 2- и 3-мерное НУШ описывает эффект самофокусировки и волнового коллапса. При этом можно ожидать сжатие импульсов и концентрацию энергии в нескольких близко расположенных сердцевинах [33]. Когда почти вся энергия концентрируется в пределах одной сердцевины, задача фактически становится одномерной и коллапс останавливается. Следовательно, дискретность должна ограничивать величину сжатия и сложения. В случае кольцевых мно-

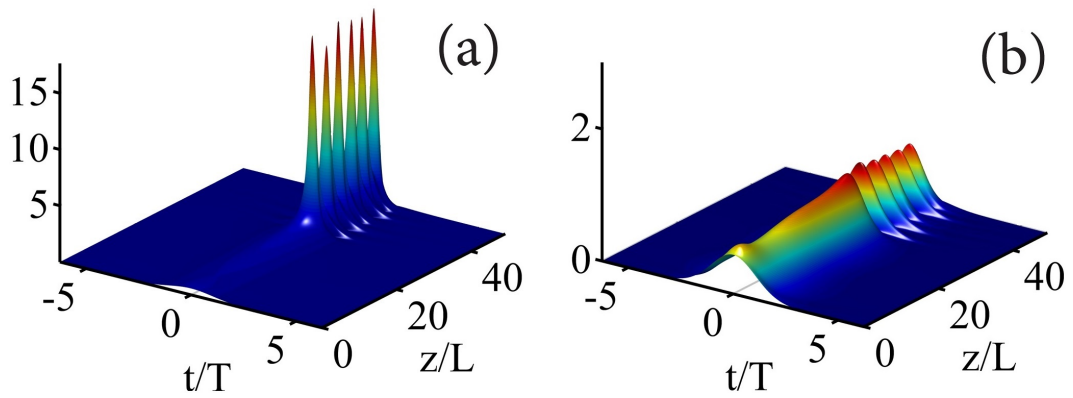


Рисунок 2.2 – Образование нестационарной световой пули в кольцевом 7-сердцевинном световоде. Динамика оптического поля в сердцевине, в которой произошло сжатие распространяющегося в ней импульса (а), и оптического поля в соседней сердцевине.

госердцевинных световодов, рассматриваемых в данной главе, непрерывной моделью является 2D НУШ.

Нелинейная динамика в МСФ имеет интересную связь со световыми пулями (light bullets), представленными в статье [110]. Световые пули являются так называемыми дискретными оптическими пространственно-временными солитонами. Их распространение может быть описано нелинейным уравнением Шрёдингера, включающем пространственную и временную вторые производные. Световые пули в массивах близко расположенных волноводов были недавно продемонстрированы и изучены в работах [111, 112]. Их существование обусловлено тем, что дискретно-непрерывная система, такая как МСФ способна предотвратить волновой коллапс, характерный для распространяющегося в многомерной непрерывной нелинейной среде света [31, 108]. Пример нестационарной световой пули в кольцевом многосердцевинном световоде представлен на рисунке 2.2.

2.1. Основные уравнения

Электромагнитное поле оптических импульсов, распространяющихся вдоль многосердцевинного световода с одномерным расположением сердцевин (рисунок 2.1), может быть приближенно без учета поляризационных характеристик

представлено в виде суперпозиции мод, локализованных в каждой сердцевине:

$$E(x, y, z, t) = \sum_k A_k(z, t) F_k(x - x_k, y - y_k) e^{i(\beta_k z - \omega t)} + cc, \quad (2.1)$$

где F задает пространственную структуру моды, а A_k – это комплексная огибающая электромагнитного поля в сердцевине с номером k . В приближении слабой связи можно получить систему уравнений на огибающие A_k – так называемое дискретно-непрерывное уравнение Шредингера [39]:

$$i \frac{\partial A_k}{\partial z} = \frac{\beta_2^k}{2} \frac{\partial^2 A_k}{\partial t^2} - \gamma_k |A_k|^2 A_k - \sum_{m=1, m \neq k}^N C_{km} A_m, \quad (2.2)$$

где $k = 1, \dots, N$, β_2^k – параметр дисперсии групповых скоростей (ДГС) моды k , γ_k – параметр Керра, а величины C_{km} являются коэффициентами связи между сердцевинами [113]. В таком приближении межмодовые нелинейные взаимодействия меньше на несколько порядков по сравнению собственной нелинейностью каждой моды, поэтому ими можно пренебречь [39, 102, 114].

Система (2.2) может быть упрощена в случае одинаковых сердцевин, как предложено в работе [22]. Рассматривая только взаимодействие между соседними сердцевинами, можно упростить анализ, предполагая, что

$$C_{k, k+1} = C > 0 \quad (2.3)$$

и пренебрегая всеми остальными коэффициентами связи. Пусть также $\beta_2^k = \beta_2 < 0$, $\gamma_k = \gamma$ ($k = 1, \dots, N$).

Далее удобно ввести нормализованные переменные: $A_k = \exp(i2z') \sqrt{C/\gamma} U_k$, где $z' = z/L$, $L = 1/C$, $t' = t/T$, $T^2 = -\beta_2/(2C)$. В итоге, опуская штрихи, имеем следующие безразмерные уравнения:

$$i \frac{\partial U_k}{\partial z} = -\frac{\partial^2 U_k}{\partial t^2} - (U_{k+1} - 2U_k + U_{k-1}) - |U_k|^2 U_k. \quad (2.4)$$

Полученная система НУШ (2.4) сохраняет полную энергию (нормализованную на C/γ)

$$E = \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} |U_k(z, t)|^2 dt \quad (2.5)$$

и Гамильтониан

$$H = \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left| \frac{\partial U_k}{\partial t} \right|^2 + |U_k - U_{k-1}|^2 - \frac{|U_k|^4}{2} \right] dt, \quad (2.6)$$

а сами уравнения имеют Гамильтонову структуру:

$$i \frac{\partial U_k}{\partial z} = \frac{\delta H}{\delta U_k^*}. \quad (2.7)$$

Система (2.4) при большом числе сердцевин и гладким распределением интенсивности между ними, т.е. допускающим только небольшие изменения от сердцевин к сердцевине, в случае кольцевой геометрии эквивалентна непрерывному 2D НУШ на функцию $U(k, t, z)$, если рассматривать индекс k как непрерывную переменную:

$$i \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial k^2} + |U|^2 U = 0. \quad (2.8)$$

Гамильтониан при этом имеет вид

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left| \frac{\partial U}{\partial t} \right|^2 + \left| \frac{\partial U}{\partial k} \right|^2 - \frac{|U|^4}{2} \right] dt. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.8) эквивалентно НУШ, описывающему самофокусировку света в различных нелинейных средах. Непрерывный аналог дискретных уравнений может быть использован для предсказания эволюции дискретных физических систем, таких как многосердцевинные световоды.

В общепринятой теории самофокусировки света, описываемой с помощью НУШ, начальное распределение интенсивности оптического поля коллапсирует в одну точку, если значение Гамильтониана H отрицательно или мощность оптического импульса превышает некоторое критическое значение P_{cr} . Это значение зависит от формы импульса и достигает минимума для моды Таунса. В случае МСФ роль мощности играет полная энергия $E = \int dt dn |U_n|^2$, введенная в МСФ. Когда значение энергии превышает критическое значение E_0 , (для моды Таунса $E_0 = E_{cr} = 4\pi$, или в терминах безразмерных переменных

$E_{cr} = 4\pi\sqrt{-C\beta_2/(2\gamma^2)}$), делая отрицательным Гамильтониан H , распределение интенсивности сжимается по переменным k и t . Поэтому можно ожидать, что введенные в МСФ импульсы с распределением интенсивности, имеющим гладкий максимум по сердцевинам, сфокусируются в пределах нескольких соседних сердцевин вокруг максимума с одновременным сжатием. После того, как энергия сконцентрируется в пределах нескольких сердцевин, дискретность сердцевин предотвращает дальнейшее сжатие, так как процесс фактически становится одномерным. Если начальная энергия $E \gg 4\pi$, распределение интенсивности распадается на несколько коллапсирующих кластеров с энергией $E \approx 4\pi$ (аналог филаментации, возникающей в непрерывном пределе). В каждом кластере имеет место сжатие и сложение, но при этом расположение пиков этих кластеров трудно предсказать. Поэтому данный случай неинтересен с практической точки зрения для сжатия и сложения импульсов.

2.2. Проведение численного счета. Критерий определения точек сжатия (сложения) импульсов

Прежде, чем приступить к результатам оптимизации схемы сжатия и сложения импульсов с помощью кольцевых световодов, обсудим вопросы проведения численного моделирования и такой важный аспект, как способ определения момента наступления сжатия (сложения) оптических импульсов по распределению их интенсивности.

При расчете распространения импульсов вдоль многосердцевинных световодов решалась система НУШ (2.4), для чего использовались представленные в предыдущей главе численные методы. Ширина расчетной области, равная $2T$, выбиралась исходя из ширины начальных импульсов так, чтобы исключить влияние границы области на динамику импульсов. Длина расчетной области L (длина световода) бралась достаточно большой для того, чтобы искомая точка сжатия (сложения) гарантированно находилась в пределах расчетной области,

если, конечно, сжатие (сложение) при таких начальных данных возможно. Для ускорения вычислений расчетная область разбивалась на m равных отрезков по пространственной переменной $[z_{m-1}; z_m]$. Последовательно на каждом из таких отрезков проводился расчет и анализ динамики распределения интенсивности всех импульсов.

Далее введем обозначения. Пусть $P_{k,i} = |U_k(z_i, t_P)|^2$ – пиковая мощность импульса, распространяющегося в сердцевине с номером k , на расстоянии $z_i = ih$, где h – шаг по пространству; t_P – время, при котором достигается пиковая мощность. Также обозначим за $W_{k,i}$ ширину на полувысоте (FWHM) этого импульса. Рассмотрим теперь возможные варианты при анализе динамики импульсов на текущем отрезке по пространственной переменной.

1. Вначале проверяется сохранение численного значения Гамильтониана H . Это необходимо для того, чтобы убедиться в достоверности полученных результатов расчета: при распространении вдоль световода ширина распределения оптического поля может сократиться в десятки и сотни раз, поэтому при выборе недостаточно мелкой расчетной сетки ширина оптического импульса может стать сравнимой с несколькими шагами сетки по временной переменной. Это приведет к резкому изменению Гамильтониана и, как следствие, к получению некорректных результатов. Поэтому для каждого отрезка вдоль световода необходимо проверять выполнение условия

$$\frac{\max_{z \in [z_{m-1}; z_m]} |H(z) - H(0)|}{|H(0)|} < \delta,$$

где δ обычно равнялась 0.05. Если Гамильтониан не сохраняется с достаточной точностью, то по минимальной ширине оптических импульсов, достигнутой на данной отрезке по z вычисляется размер новой более точной сетки по времени. Также по длине нелинейных взаимодействий $1/(\gamma \max_{k,i} P_{k,i})$ определяется новый шаг по пространственной переменной.

2. Если на некотором расстоянии z_i для импульса в k -й сердцевине одновременно выполняются 3 условия на пиковую мощность

$$\text{а. } P_{k,i} > P_{k,i-1}, P_{k,i} > P_{k,i+1},$$

$$\text{б. } P_{k,i} > \max_{m \neq k} P_{m,i},$$

$$\text{в. } P_{k,i} > M \sum_{k=1}^N P_{k,0},$$

то считается, что искомая точка сжатия (сложения) найдена. Первое условие означает существование локального максимума пиковой мощности. Второе условие говорит о том, что импульс в данной сердцевине и на данном расстоянии вдоль световода имеет самую большую пиковую мощность среди всех импульсов. Третье условие, в котором текущая пиковая мощность импульса сравнивается с начальными значениями пиковых значений всех импульсов, является определяющим. Множитель M подбирается опытным путем. В расчетах он принимал значение от 0.2 до 1.

3. При выполнении определенных условий можно не продолжать дальнейший расчет.

а. Если импульс перед точкой сжатия на каком-то расстоянии разделился на несколько частей (произошла филаментация), то выбирается ближайшая точка локального максимума пиковой мощности, в которой импульс еще не разделился. Если такой точки нет, в качестве ответа выдаются параметры в начальный момент при $z = 0$.

б. Если начальные импульсы не обладают достаточной энергией, то они могут диссипировать. Для обнаружения диссипации используются данные о пиковой мощности и ширине импульсов. Если все импульсы стали слишком широкими и их пиковые мощности уменьшились в несколько раз, т.е.

$$W_{k,i} > 0.3(2T), P_{k,i} < 0.5P_{k,0}, \quad (2.10)$$

то дальнейший счет не имеет смысла, так как сжатие (сложение) обнаружено не будет.

4. Если ни одно из перечисленных условий не выполнилось, то необходимо переходить к расчету динамики на следующем отрезке.

Описанный алгоритм позволяет находить большинство точек сжатия (сложения), в том числе в тех случаях, когда импульс сжимается периодически. Если есть несколько последовательных точек сжатия (сложения), то всегда выбиралась первая, даже если коэффициент сжатия или эффективность сложения для второй точки лучше. Это обусловлено тем, что реализовать на практике режимы, соответствующие второй, третьей и т.д. точке сжатия (сложения) будет крайне сложно из-за высокой чувствительности таких режимов к начальным данным. Кроме того, дальнейшая эволюция оптического поля вдоль световода после точки сжатия (сложения) является крайне сложной (см., например, [115]).

Далее представлены результаты моделирования процесса сжатия и сложения и изучен вопрос выбора оптимальных параметров.

2.3. Сжатие и сложение с помощью 7-сердцевинного и 19-сердцевинного кольцевых световодов

Будем исследовать эволюцию оптических импульсов в кольцевых световодах, изображенных на рисунке 2.1. Выбор 7 и 19-сердцевинных волокон обусловлен тем, что в следующей главе результаты для них будут сравниваться с результатами 7 и 19-сердцевинных гексагональных световодов. Все результаты моделирования были получены с помощью численного решения системы (2.4). Для анализа сжатия и сложения импульсов в кольцевых световодах в качестве начальных импульсов для каждой сердцевинки использовались Гауссовские импульсы с немного возмущенными амплитудами для инициализации начальной

неустойчивости:

$$U_k(0, t) = \sqrt{P} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \left[1 + M \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right], \quad (2.11)$$

где M представляет собой коэффициент модуляции, $k = 1, \dots, N$. При таком выборе начальных данных соответствующее распределение полной энергии E симметрично по ядрам относительно N -го ядра (т.е. одинаково для $k = l$ и $k = N - l$) и имеет один максимум при $k = N$. Величина $M \cos(2\pi k/N)$ создает гладкую модуляцию начального распределения интенсивности с максимумом в определенной сердцевине. Такая модуляция ускоряет процесс сжатия (сложения): при ее добавлении расстояние вдоль световода до точки сжатия (сложения) значительно сокращается. Что более важно, начальная модуляция делает процесс менее чувствительным к возмущениям начальных параметров. С другой стороны, модуляция должна быть достаточно малой для того, чтобы серьезно не ухудшить качество сжатия ($M \ll 1$).

Далее в главе представлены результаты поиска оптимальных параметров начальных Гауссовских импульсов (2.11), при которых достигается наиболее эффективное сжатие и сложение. Для численного моделирования было выбрано значение коэффициента модуляции $M = 0.3$. Основные характеристики сжатия и сложения были получены при значениях параметра $P \in [0.31; 1000]$, $\tau \in [0.05; 60]$ в случае 7-сердцевинного МСФ и $P \in [0.05; 1000]$, $\tau \in [0.05; 230]$ для 19-сердцевинного. Область изменения параметров начальных импульсов P и τ была дискретизирована на 250×250 точек. Для каждой пары параметров (P, τ) проводилось отдельное моделирование распространения оптических импульсов с распределением (2.11), введенных в каждую сердцевину рассматриваемого световода. Для численного решения системы связанных НУШ использовались алгоритмы, представленные в предыдущей главе.

Основные результаты для 7-сердцевинного световода представлены на рисунке 2.3. Зависимость эффективности сложения импульсов от их амплитуды и ширины изображена на рисунке 2.3 (а). Область с максимальной эффектив-

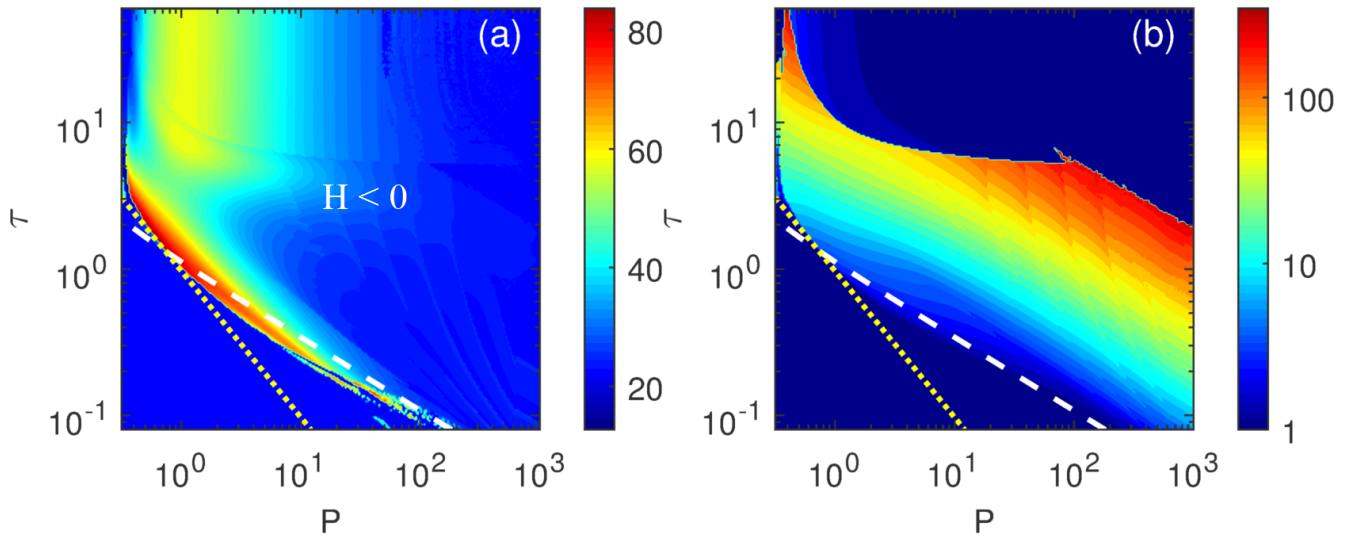


Рисунок 2.3 – Эффективность сложения Гауссовских импульсов (2.11) (в процентах) (a) и коэффициент сжатия в логарифмическом масштабе (b) в зависимости от амплитуды P и ширины τ Гауссовских импульсов в случае 7-сердцевинного кольцевого световода и при коэффициенте модуляции $M = 0.3$. Изолиния суммарной энергии Гауссовских импульсов $E = E_{cr} = 4\pi$ изображена желтыми точками, а уровень нулевого значения Гамильтониана $H = 0$ отмечен белой штриховой линией.

ностью сложения находится возле изолинии $H = 0$. При этом максимальная эффективность, которую можно получить с помощью данного типа многосердцевинных световодов, равняется 83.5%. Зависимость коэффициента сжатия от параметров начальных импульсов совершенно иная (рисунок 2.3 (b)). Область синего цвета здесь соответствует тем парам параметров P и τ , при которых не наблюдается сжатие введенных импульсов, либо введенные Гауссовские импульсы в пределах одной сердцевинки распадаются на кластеры, что является следствием модуляционной неустойчивости. Интересным фактом является то, что изолинии коэффициента сжатия на рисунке 2.3 (b) совпадают с изолиниями отношения дисперсионной длины $L_D = \tau^2/|\beta_2|$ к нелинейной $L_{NL} = 1/(\gamma P)$. Область максимального сжатия представляет собой тонкую полосу, расположенную в области высоких значений полной энергии E и ограниченную уровнем $L_D/L_{NL} \approx 3000$. При этом максимально возможное сжатие равняется 307 раз. При $L_D/L_{NL} > 3000$ большая нелинейность разрушает импульс еще перед точкой сжатия.

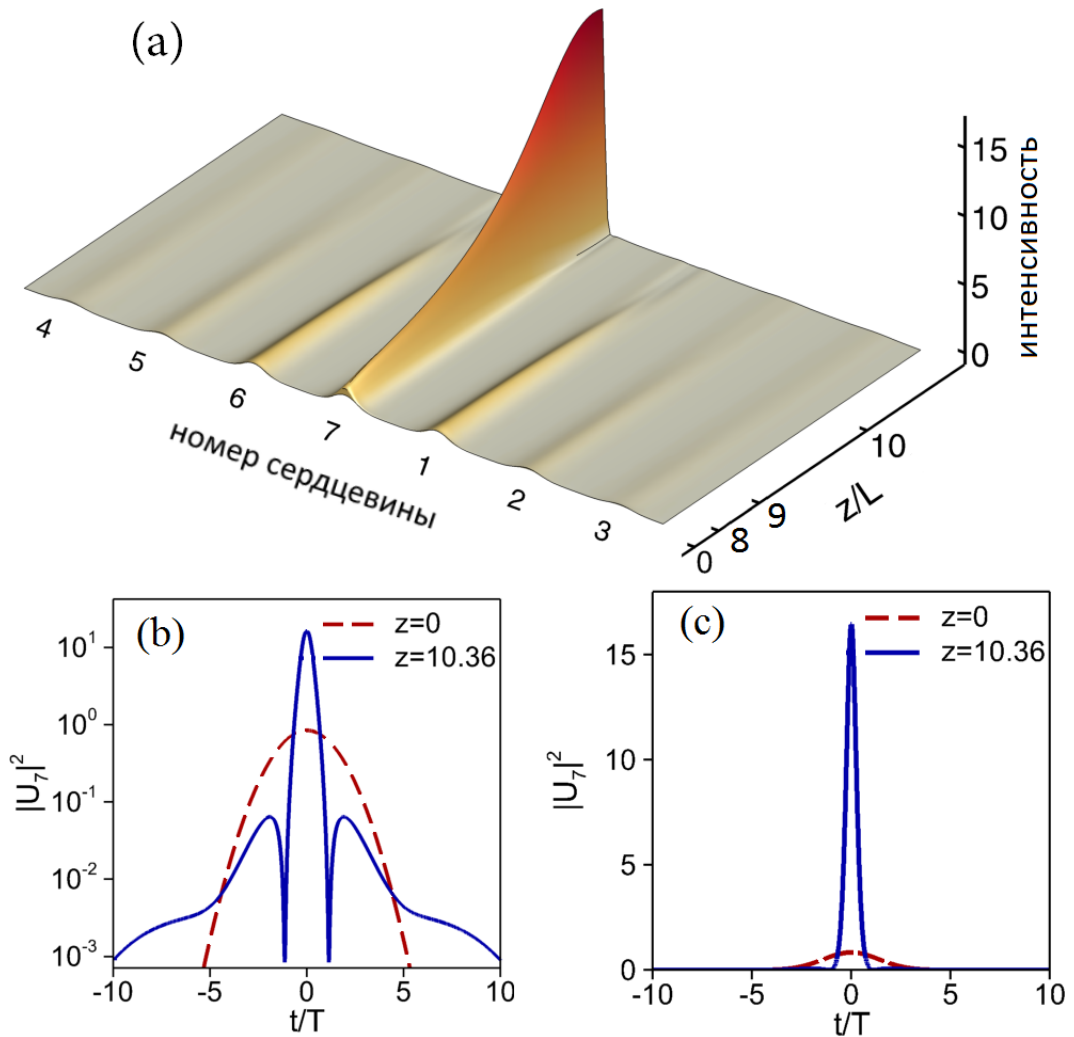


Рисунок 2.4 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (2.11) с параметрами $P = 0.5$, $\tau = 2.0$ и $M = 0.3$, введенных во все сердцевины 7-сердцевинного кольцевого световода (режим лучшего сложения импульсов) (a). Соответствующее начальное распределение интенсивности в 7-й сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сложения (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в 7-й сердцевине – 83.5%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 5.74 раз, а пиковая мощность возрастает в 19.5 раз.

На рисунке 2.4 представлена динамика Гауссовских импульсов, обеспечивающих наилучшую эффективность сложения (83.5% введенной в световод энергии концентрируется в пределах одной сердцевин). Сложенный импульс имеет гладкую форму с пьедесталом малой интенсивности (4% от пиковой интенсивности). В боковых “крыльях” сосредоточено около 1.9% от полной энергии. Расстояние вдоль световода до точки сложения равняется 10.36. Как видно из рисунка

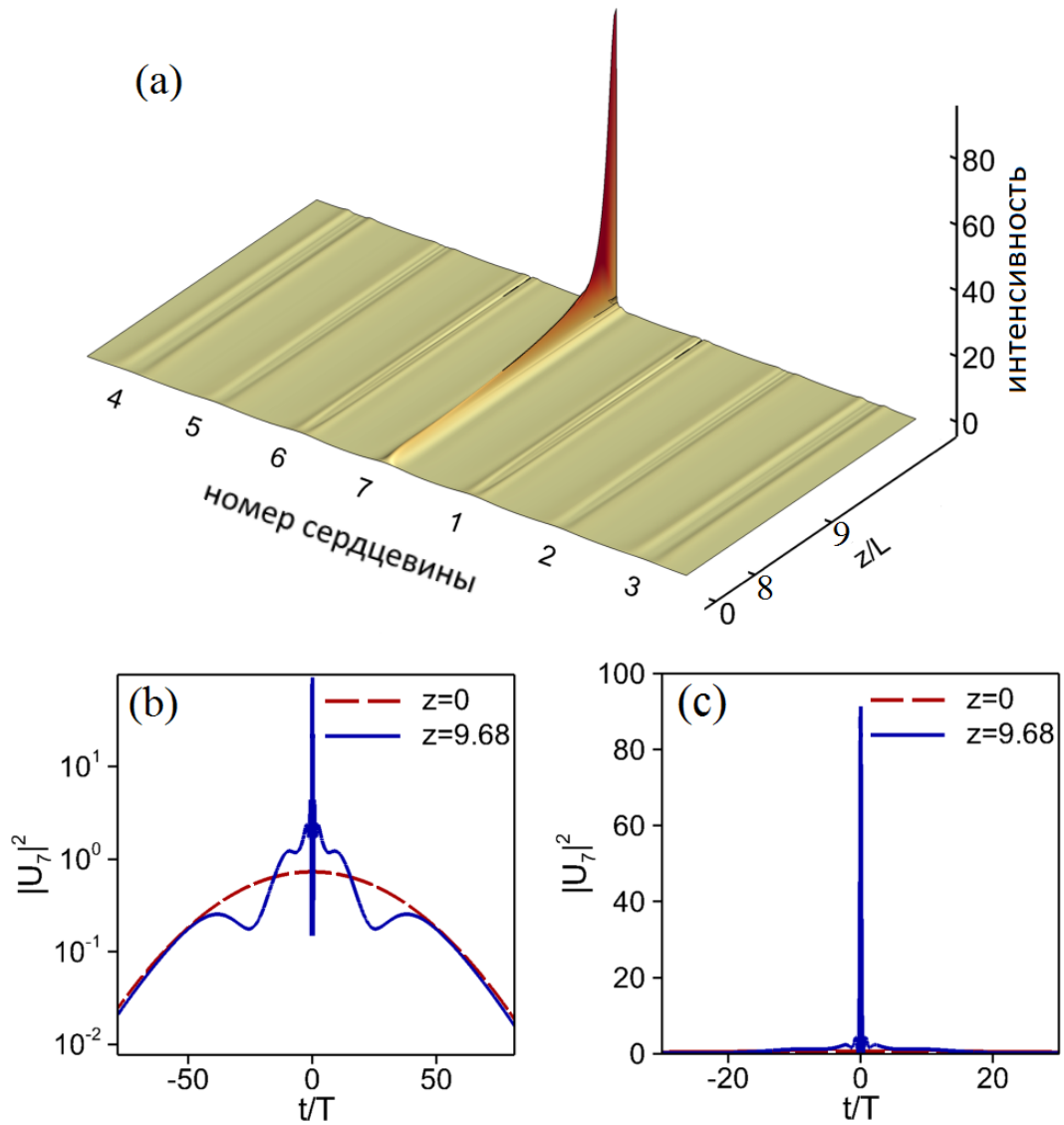


Рисунок 2.5 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (2.11) с параметрами $P = 0.436$, $\tau = 42.5$ и $M = 0.3$, введенных во все сердцевины 7-сердцевинного кольцевого световода (режим лучшего сжатия импульсов) (а). Соответствующее начальное распределение интенсивности в 7-й сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сжатия (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в 7-й сердцевине – 35.8%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 307.6 раз, а пиковая мощность возрастает в 123.7 раз.

ка 2.4 (а), скорость роста пиковой интенсивности близка к экспоненциальной. Сжатие импульса при этом весьма посредственное (около 6 раз). Дальнейшее распространение импульсов после точки сложения приводит к периодическим колебаниям интенсивности, являющимся результатом сохранения гамильтони-

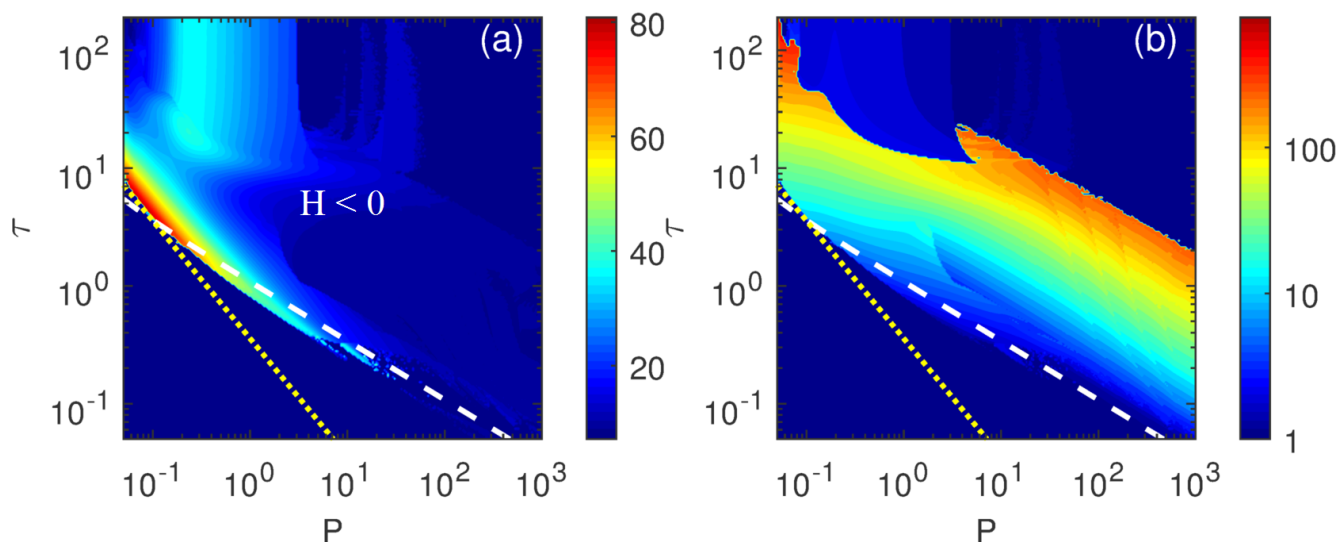


Рисунок 2.6 – Эффективность сложения Гауссовских импульсов (2.11) (в процентах) (a) и коэффициент сжатия в логарифмическом масштабе (b) в зависимости от амплитуды P и ширины τ Гауссовских импульсов в случае 19-сердцевинного кольцевого световода и при коэффициенте модуляции $M = 0.3$. Изолиния суммарной энергии Гауссовских импульсов $E = E_{cr} = 4\pi$ изображена желтыми точками, а уровень нулевого значения Гамильтониана $H = 0$ отмечен белой штриховой линией.

ана системы H . Здесь важно заметить, что энергия продолжает быть локализованной в нескольких соседних ядрах, образуя при этом нестационарную световую пулю.

Эволюция Гауссовских импульсов во всех сердцевинах 7-сердцевинного световода, при которых достигается наибольшее сжатие, представлена на рисунке 2.5. Импульс в 7-й сердцевине сжимается более чем в 300 раз. Его форма также довольно гладкая, но с заметным пьедесталом. В данном случае только 36% от полной энергии сконцентрировано в сжатом импульсе. Отличительной особенностью данного режима является долгая начальная эволюция огибающих импульсов перед сжатием, что может затруднить его практическую реализацию.

Чтобы разобраться в полученных результатах, рассмотрим непрерывную модель. В классической теории самофокусировки коллапс имеет место при превышении мощностью оптического поля некоторого критического значения ($P > P_{cr}$). При мощности выше порога P_{cr} оптический импульс распадается

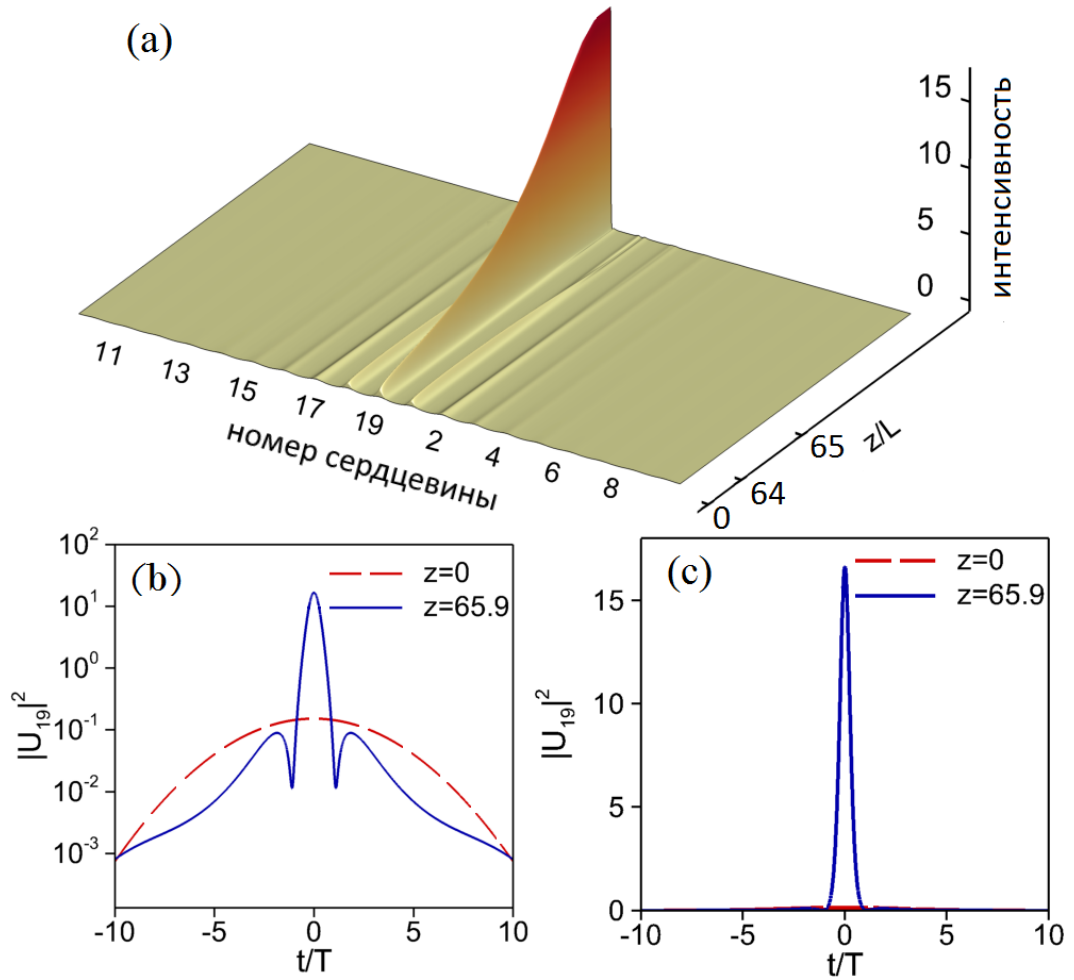


Рисунок 2.7 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (2.11) с параметрами $P = 0.09$, $\tau = 4.33$ и $M = 0.3$, введенных во все сердцевины 19-сердцевинного кольцевого световода (режим лучшего сложения импульсов) (а). Соответствующее начальное распределение интенсивности в 19-й сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сложения (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в 19-й сердцевине – 80.0%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 12.7 раз, а пиковая мощность возрастает в 111.0 раз.

на филаменты, каждый из которых имеет мощность близкую к P_{cr} мощность. Используя такой непрерывный аналог для рассматриваемой схемы нелинейного сжатия и сложения, можно ожидать, что оптимальные значения сжатия и сложения могут быть получены при значении полной энергии $E > E_{cr}$. При $E \gg E_{cr}$ должна возникать нежелательная филаментация оптических импульсов, а также концентрация их энергии в нескольких различных сердцевинах.

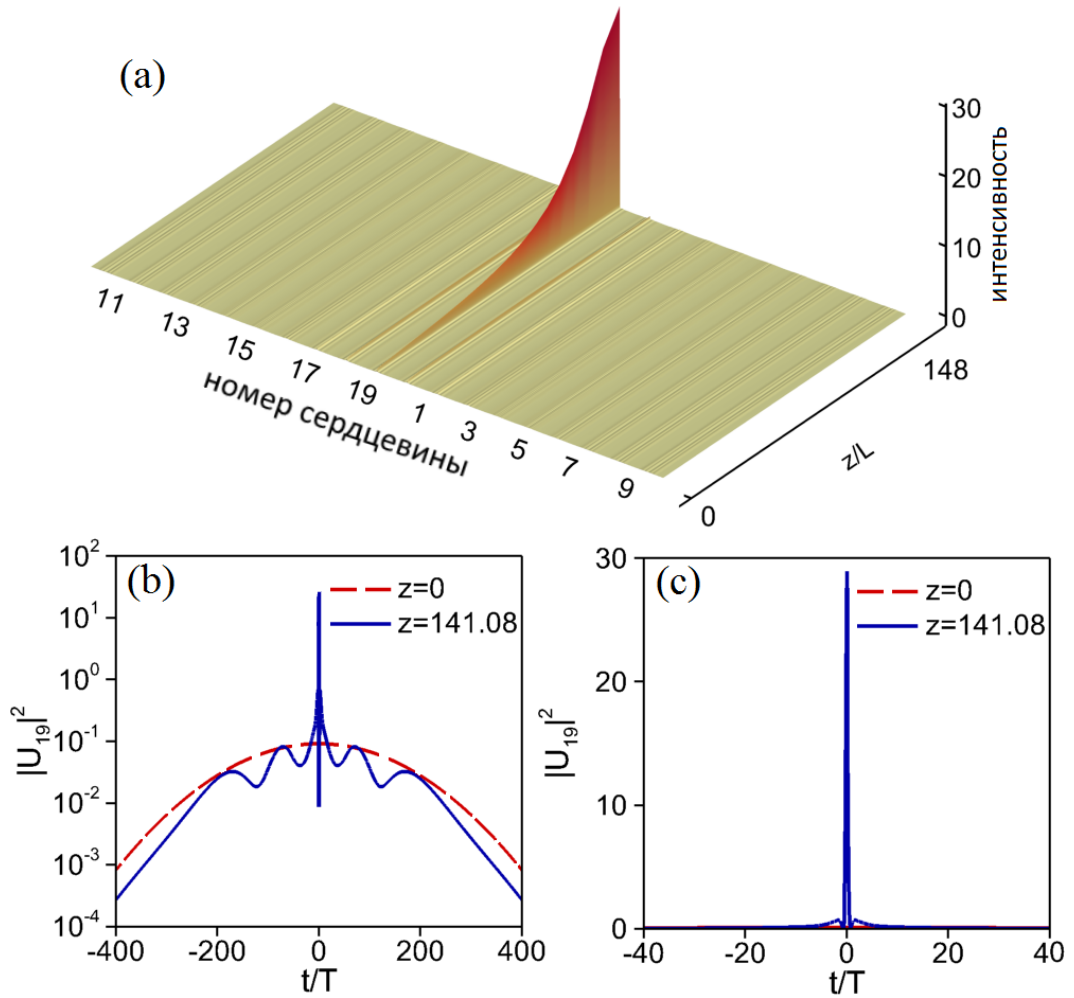


Рисунок 2.8 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (2.11) с параметрами $P = 0.0545$, $\tau = 184.0$ и $M = 0.3$, введенных во все сердцевины 19-сердцевинного кольцевого световода (режим лучшего сжатия импульсов) (а). Соответствующее начальное распределение интенсивности в 19-й сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сжатия (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в 19-й сердцевине – 10.9%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 720.4 раз, а пиковая мощность возрастает в 314.8 раз.

Полученные с помощью численного моделирования результаты подтверждают данное утверждение. Область параметров, при которых наблюдается эффективное сложение импульсов, хорошо различима, она ограничена изолинией $H = 0$. Оптимальное сложение импульсов соответствует почти полной концентрации всей энергии в пределах одной сердцевинны. Также следует отметить, что оптимальное сжатие и оптимальное сложение импульсов достигаются при разных

параметрах начальных импульсов, а расстояние вдоль световода до точки сжатия (сложения) z_0 меняется при изменении параметров начальных импульсов.

Для изучения влияния числа сердцевин в кольцевых световодах на эффективность схемы сжатия и сложения импульсов было проведено также моделирование 19-сердцевинного световода. Зависимость эффективности сложения и коэффициент сокращения временной длительности в случае данного световода приведены на рисунке 2.6. Качественно графики схожи с аналогичными графиками для 7-сердцевинного волокна. Максимальная эффективность сложения имеет примерно такой же порядок. Кроме этого, динамика оптического поля весьма похожа (рисунок 2.7), однако расстояние до точки сложения z_0 намного больше, а именно 65.9. Сложенный импульс при этом оказывается сжатым сильнее, чем в случае 7-сердцевинного световода.

Максимальное сжатие достигается при начальных импульсах, для которых $L_D/L_{NL} \approx 3000$, и приближенно равняется 720 раз. Сжатый импульс имеет гладкий профиль (рисунок 2.8). С ростом числа сердцевин режим максимального сжатия становится более чувствительным к начальным условиям. Кроме этого, увеличивается расстояние вдоль световода до точки сжатия. В данной случае оно равняется 141.08.

2.4. Выводы ко второй главе

В главе было показано, что многосердцевинные световоды с расположенными по окружности сердцевинами могут быть использованы для эффективного когерентного сложения и сжатия. Степень сжатия можно изменять непрерывным образом, меняя параметры вводимых импульсов. В главе представлены результаты поиска лучших режимов нелинейного сжатия и сложения с помощью численного моделирования. Были рассмотрены кольцевые световоды с различным числом сердцевин. Показано, что условия для оптимального сложения существенно отличаются от оптимальных условий для сжатия импульсов.

В 7-сердцевинном кольцевом МСФ продемонстрировано сложение 83.5% энергии в пределах одной сердцевины и сжатие в 300 раз. Для 19-сердцевинного кольцевого МСФ найдены режимы, при которых возможно сложение энергии с эффективностью 80%, а также сжатие в 720 раз.

При гладком начальном распределении энергии эволюция интенсивности в сердцевинах описывается с помощью 2D НУШ. Понимание процесса сложения и сжатия импульсов возможно, благодаря хорошо изученному явлению волнового коллапса. В главе было продемонстрировано, что процесс сложения согласуется с теорией волнового коллапса. Однако режим максимального сжатия имеет существенно другую природу, и максимальное сжатие многократно превышает значения, предсказываемые непрерывной моделью.

Было изучено нелинейное сжатие импульсов и сложение их энергии в МСФ с круговой конфигурацией. Продемонстрирована эффективная пространственная фокусировка энергии в нескольких ядрах, вызванная начальным возмущением в пространственно-временном распределении света, вводимого в МСФ.

Было показано, что эффективность сложения и сжатия импульсов с помощью кольцевых световодов возрастает с увеличением числа сердцевин, но результаты становятся чувствительными к начальным условиям. Кроме того, требуемая длина световода растет с числом сердцевин.

С точки зрения практического применения вводимая мощность и длина устройства, использующего МСФ, должны быть тщательно продуманы, чтобы обеспечить максимальное сжатие импульсов и сложение их энергии.

Глава 3

Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов с двухмерным расположением сердцевин

Конечно, кольцевая конфигурация может быть не оптимальной схемой для сжатия и сложения импульсов. Рассмотренная в предыдущей главе кольцевая схема (фактически, одномерная по индексу k) в непрерывном пределе эквивалентна 2D нелинейному уравнению Шредингера (НУШ). Используя же двухмерную схему расположения ядер, в соответствующем непрерывном пределе можно получить 3D НУШ.

В нелинейных физических системах, описываемых 3D НУШ, коллапс происходит более стремительно, поэтому многосердцевинные световоды с двухмерным расположением сердцевин могут продемонстрировать лучшие результаты по сжатию. Реализация сложения и сжатия импульсов на такой конфигурации может оказаться более практичной.

В данной главе рассматриваются световоды с двухмерным расположением сердцевин – в узлах треугольной (гексагональные MCF) и квадратной решеток (рисунок 3.1), – у которых каждая сердцевина взаимодействует с большим числом соседей (по сравнению с кольцевыми световодами), что обеспечивает более сильное нелинейное взаимодействие. Непрерывная модель в этом случае – 3D НУШ. Эволюция коллапсирующих решений НУШ в 2D и 3D была детально изучена (см. обзор [116]). Используя данный классический результат, можно попробовать качественно описать процесс локализации энергии.

В данной главе представлены результаты поиска лучших режимов нелинейного сжатия и сложения с помощью численного моделирования. Были рас-

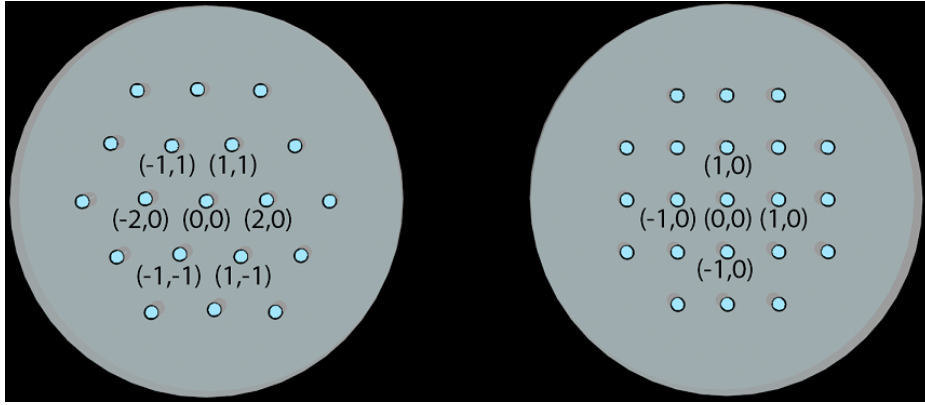


Рисунок 3.1 – Схема рассматриваемых многосердцевинных световодов с гексагональной и квадратной геометрией, а также двумерная нумерация сердцевин.

смотрены МСФ с различным числом сердцевин. Обнаружено принципиальное различие между процессом сжатия и процессом сложения импульсов с помощью кольцевых МСФ и волокон с 2D расположением сердцевин.

В главе демонстрируется, что 2D расположение сердцевин по сечению волокна (см. рис. 3.1) увеличивает нелинейное взаимодействие между каналами, но это не выливается в улучшение эффективности сжатия и сложения, по сравнению с кольцевыми конфигурациями. Однако 2D расположение сердцевин существенно сокращает длину до точки сжатия и сложения вдоль волокна, что является важным свойством при проектировании рабочих прототипов. Более того, сжатие и сложение в 2D МСФ более устойчиво и нечувствительно к малым вариациям начальных параметров. Анализ непрерывной модели на основе многомерного НУШ позволяет объяснить эти результаты.

3.1. Основные уравнения

В случае двумерного расположения сердцевин система уравнений на огибающие $A_{n,m}$ имеет вид [117]:

$$i \frac{\partial A_{n,m}}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_{n,m}}{\partial t^2} - \sum_{(k,l) \neq (n,m)} C_{n,m,k,l} A_{k,l} - \gamma |A_{n,m}|^2 A_{n,m}. \quad (3.1)$$

Будем далее рассматривать только два вида расположения сердцевин – квадратные и гексагональные многосердцевинные световоды (рисунок 3.1). Введем нормированные огибающие в виде $A_{n,m} = \exp(i4z')\sqrt{C/\gamma}U_{n,m}$ в случае квадратных волокон и $A_{n,m} = \exp(i6z')\sqrt{C/\gamma}U_{n,m}$ в случае гексагональных, где C – одинаковый для всех соседних сердцевин коэффициент связи (другими коэффициентами можно пренебречь), а безразмерные переменные $z' = z/L$, $L = 1/C$ и $t' = t/T$, $T^2 = -\beta_2/(2C)$ те же самые, что и в случае кольцевых световодов. Окончательно, опуская штрихи, система связанных НУШ принимает вид [117]

$$i\frac{\partial U_{n,m}}{\partial z} + \frac{\partial^2 U_{n,m}}{\partial t^2} + (\underline{CU})_{n,m} + |U_{n,m}|^2 U_{n,m} = 0, \quad (3.2)$$

где $(\underline{CU})_{n,m}$ – набор линейных связей сердцевин с номером (n, m) . Для квадратной и гексагональной конфигураций комбинация $(\underline{CU})_{n,m}$ задается выражением

$$(\underline{CU})_{n,m}^{sqr.} = U_{n-1,m} + U_{n+1,m} + U_{n,m-1} + U_{n,m+1} - 4U_{n,m} \quad (3.3)$$

$$(\underline{CU})_{n,m}^{hex.} = U_{n-1,m-1} + U_{n+1,m-1} + U_{n-2,m} +$$

$$U_{n+2,m} + U_{n-1,m+1} + U_{n+1,m+1} - 6U_{n,m}.$$

В данном случае система уравнений (3.2) также сохраняет полную энергию (нормализованную на C/γ)

$$E = \sum_{n,m} \int_{-\infty}^{\infty} |U_{n,m}(z, t)|^2 dt \quad (3.4)$$

и Гамильтониан

$$H = \sum_{n,m} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left| \frac{\partial U_{n,m}}{\partial t} \right|^2 - (\underline{CU})_{n,m} U_{n,m}^* - \frac{|U_{n,m}|^4}{2} \right] dt, \quad (3.5)$$

а сами уравнения имеют Гамильтонову структуру:

$$i\frac{\partial U_{n,m}}{\partial z} = \frac{\delta H}{\delta U_{n,m}^*}. \quad (3.6)$$

Непрерывной версией дискретно-непрерывного НУШ для двумерного расположения сердцевин является 3D НУШ, имеющее вид

$$i\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial k^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial l^2} + |U|^2 U = 0 \quad (3.7)$$

для переменной $U(z, t, k, l)$, где пространственные переменные k и l принимают значения из некоторой ограниченной области S (например, $S = \{(k, l) : k^2 + l^2 < R^2\}$ в случае круга с радиусом R). Гамильтониан при этом имеет следующий вид:

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \int_S \left[\left| \frac{\partial U}{\partial t} \right|^2 + \left| \frac{\partial U}{\partial k} \right|^2 + \left| \frac{\partial U}{\partial l} \right|^2 - \frac{|U|^4}{2} \right] dkdl dt. \quad (3.8)$$

Увеличение числа соседей у каждой сердцевинки усиливает нелинейное взаимодействие и приводит к тому, что коллапс становится возможным даже при положительных значениях Гамильтониана H [118]. В этом случае можно ожидать, что введенные в световод оптические импульсы сфокусируются в нескольких центральных сердцевинках. В 3D случае коллапс является “слабым” (данное определение было введено в работе [118]), а доля энергии, вовлеченной в процесс сжатия, уменьшается [116]. В этом случае максимальное сжатие и сложение достигается в переходном режиме. Далее представлены результаты моделирования процесса сжатия и сложения в обеих ситуациях и изучен вопрос выбора оптимальных параметров.

3.2. Сжатие и сложение с помощью гексагональных и квадратных световодов

Сначала обсудим непрерывный предел, определяемый уравнением (3.7). Коллапс распределения интенсивности оптического поля в случае 3D НУШ может происходить даже при положительном значении Гамильтониана H [119]. Существует предельное значение Гамильтониана $H = H_c$, при котором всё еще

возможны независимые от z (“стационарные”) локализованные решения [22, 118]. Распределения оптического поля с Гамильтонианом $H < H_c$, коллапсируют.

Коллапс, описываемый 3D НУШ, является слабым [96], поэтому перед моментом его наступления наблюдается некоторая утечка вовлеченной в процесс коллапса энергии оптического поля. Это означает, что в сильном увеличении числа сердцевин не будет особого преимущества, а эффективное сложение и сжатие оптических импульсов должно наблюдаться в переходном режиме, т.е. до наступления коллапса.

Как было отмечено ранее, используемое в численном моделировании начальное распределение интенсивности не является оптимальным для коллапса. И оптимум для сложения импульсов отличается от оптимума для их сжатия.

Сжатие и сложение в световодах с 2D расположением сердцевин было исследовано с помощью численного решения системы уравнений (3.2). В качестве начальных импульсов использовались одинаковые Гауссовские импульсы

$$U_{n,m}(z = 0, t) = \sqrt{P} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right). \quad (3.9)$$

Было проведено сравнение эффективности 7 и 19-сердцевинных гексагональных МСФ, а также 21-сердцевинного квадратного МСФ. Такой специфичный выбор числа сердцевин обусловлен необходимостью наличия симметрии у рассматриваемых световодов. Эффективность сложения и коэффициент сжатия определялись для параметров начальных импульсов P , τ , изменяющихся в тех же пределах, что и в случае кольцевых световодов.

Сначала рассмотрим гексагональные световоды. Зависимость эффективности сложения и коэффициент сжатия для 7-сердцевинного световода от амплитуды и ширины начальных импульсов представлены на рисунке 3.2. Синяя область соответствует тем парам параметров P и τ , для которых не наблюдается сжатия импульсов или начальные Гауссовские импульсы с такими параметрами при распространении вдоль световода распадаются на филаменты,

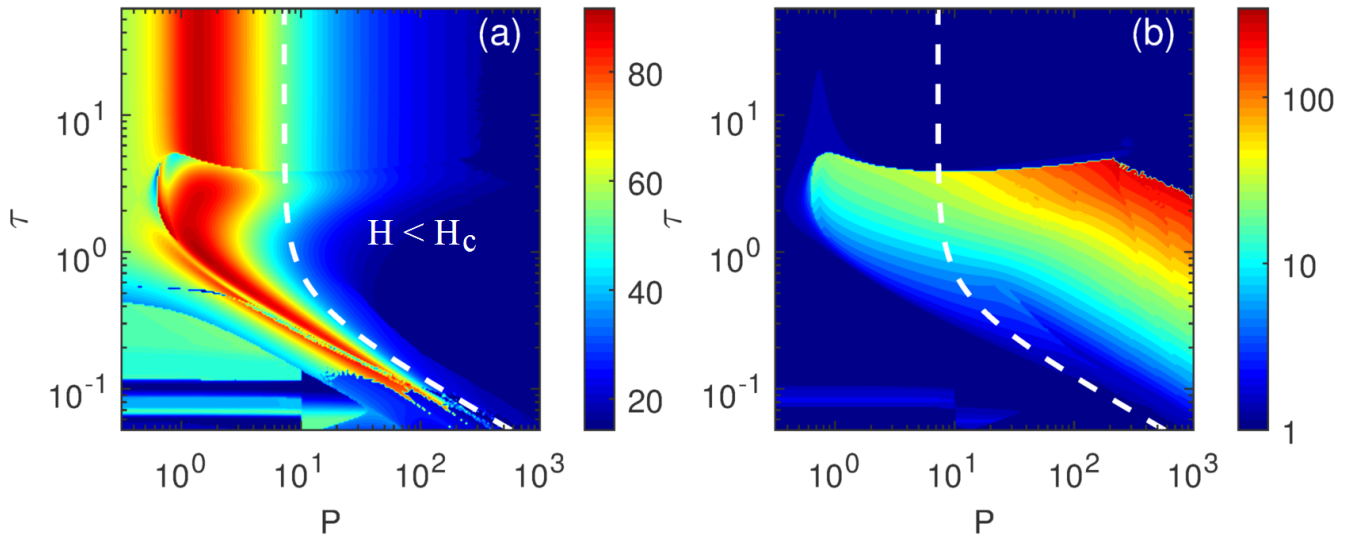


Рисунок 3.2 – Эффективность сложения Гауссовских импульсов (3.9) (в процентах) (a) и коэффициент сжатия в логарифмическом масштабе (b) в зависимости от амплитуды P и ширины τ Гауссовских импульсов в случае 7-сердцевинного гексагонального световода.

Уровень нулевого значения Гамильтониана $H = H_c$ отмечен белой штриховой линией.

либо сжимаются только после того, как у импульса в центральной сердцевине появляется первый максимум пиковой мощности. Вследствие симметрии задачи сжатие и сложение импульсов имеют место лишь в центральной сердцевине. Можно заметить, что оптимальные параметры для сжатия и сложения сильно отличаются от параметров, полученных для кольцевых световодов (рисунок 2.3). Эффективное сложение наблюдается в более широкой области значений параметров, растянутой по вертикали. Независимость эффективности сложения от длительности начальных импульсов говорит о том, что имеет место 2D-коллапс по переменным m, n (двумерное дискретное пространство сердцевин). Другим признаком двухмерной природы коллапса в процессе сложения является то, что область с высокой эффективностью сложения ограничена линией $H = 0$, которая для широких импульсов совпадает с критерием 2D-коллапса. Эффективность сложения и сжатия с помощью данного световода сравнима с эффективностью кольцевого световода, однако результаты менее чувствительны к небольшим изменениям параметров начальных импульсов. Максимальная эффективность сложения импульсов с помощью 7-сердцевинного гексагонального

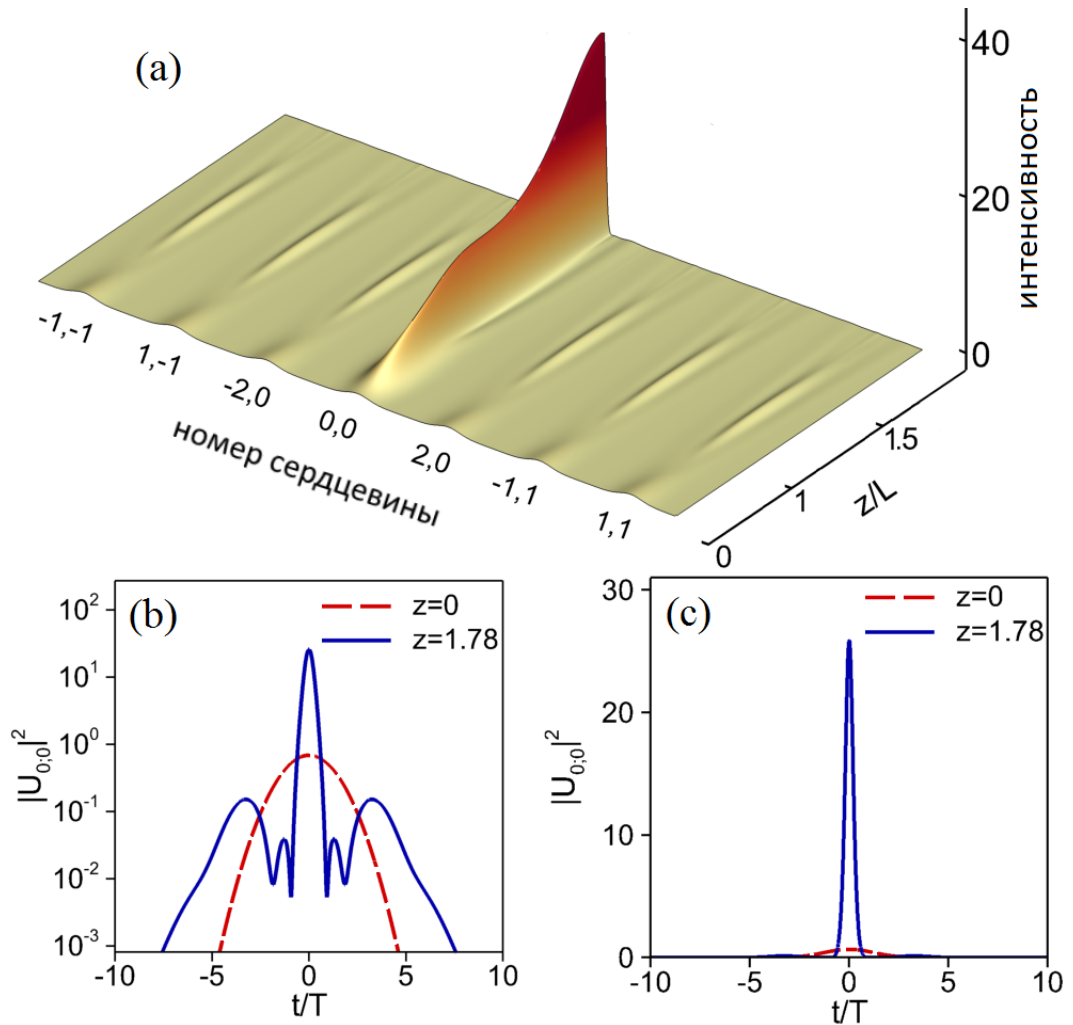


Рисунок 3.3 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (3.9) с параметрами $P = 0.687$, $\tau = 1.775$, введенных во все сердцевины 7-сердцевинного гексагонального световода (режим лучшего сложения импульсов) (а). Соответствующее начальное распределение интенсивности в центральной сердцевине (штриховая красная линия) и и распределение в точке максимального сложения (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в центральной сердцевине – 91.6%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 6.37 раз, а пиковая мощность возрастает в 37.7 раз.

световода лучше, она равняется 91.6% (рисунок 3.3). В отличие от кольцевых световодов, здесь существует широкая область параметров (P, τ), при которых возможно сложение импульсов с эффективностью выше 70%. Наличие такой области важно с практической точки зрения и позволяет получать хорошо сжатые импульсы, содержащие в себе почти всю полную энергию E . Однако у таких импульсов существенная часть энергии уходит в пьедестал.

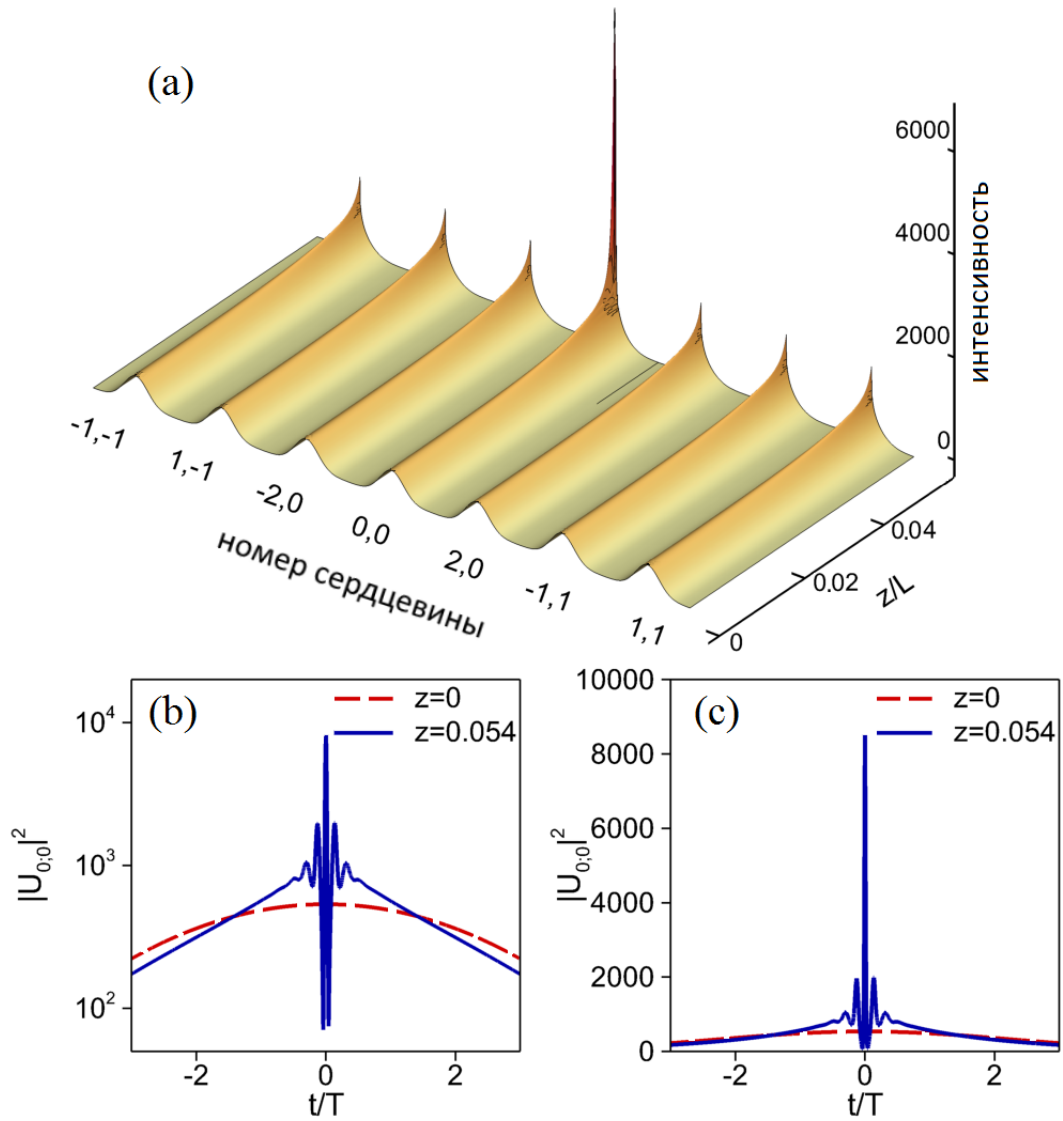


Рисунок 3.4 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (3.9) с параметрами $P = 536$, $\tau = 3.2$, введенных во все сердцевины 7-сердцевинного гексагонального световода (режим лучшего сжатия импульсов) (a). Соответствующее начальное распределение интенсивности в центральной сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сложения (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в центральной сердцевине – 16.6%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 256.3 раз, а пиковая мощность возрастает в 21.85 раз.

Увеличение числа сердцевин до 19 (рисунок 3.7) не меняет качественно картину. Максимальная эффективность сложения равняется 80.9%. Расстояние z_0 вдоль световода до точки сложения при этом равняется 2.07. Оптимальное сложение также имеет место в вертикальной области параметров. Распределение

интенсивности оптического поля может коллапсировать даже без сжатия. На рисунках 3.2 и 3.5 видно, что можно получить эффективное сложение практически без сжатия. Как было показано ранее, у кольцевых световодов сложение и сжатие импульсов обычно происходят одновременно.

Используя 7-сердцевинный гексагональный световод, можно достичь сжатия в 256 раз (рисунок 3.4). В точке сжатия пиковая мощность импульса в центральной сердцевине увеличивается многократно. В отличие от режимов с эффективным сложением импульсов, в точке наибольшего сжатия существенная часть энергии сосредоточена в периферийных сердцевинах. Сжатие более чем в 200 раз возможно только в том случае, когда начальные импульсы имеют большую пиковую мощность. Однако слишком большая нелинейность ($L_D/L_{NL} \approx 4000$) разрушает импульс еще до перед точкой сжатия и, тем самым, ограничивает максимально возможный коэффициент сжатия. С другой стороны, из-за наличия сильной нелинейности трудно однозначно выделить лучший режим сжатия импульсов. Коэффициент сжатия, близкий к максимальному, наблюдается для различных пар параметров P , τ , при этом расстояние до точки сжатия уменьшается с ростом амплитуды начальных Гауссовских импульсов P . И в случае 7-сердцевинного, и в случае 19-сердцевинного гексагонального световода расстояние до точки сжатия всегда небольшое ($z_0 \leq 0.1$ и $z_0 \leq 0.5$, соответственно).

Форма импульсов в точках наилучшего сложения, а также динамика интенсивности их поля представлены на рисунке 3.3 и рисунок 3.6. Как и в случае кольцевых световодов, форма полученных импульсов гладкая, а энергия сосредоточена главным образом в центральной сердцевине.

Как уже было сказано ранее, при росте числа сердцевин может наблюдаться падение эффективности сложения и сжатия импульсов, но при этом абсолютное значение энергии в центральной сердцевине увеличивается. Более сильное нелинейное взаимодействие в 2D световодах не увеличивает эффективность сжатия (сложения), но существенно уменьшает требуемую длину свето-

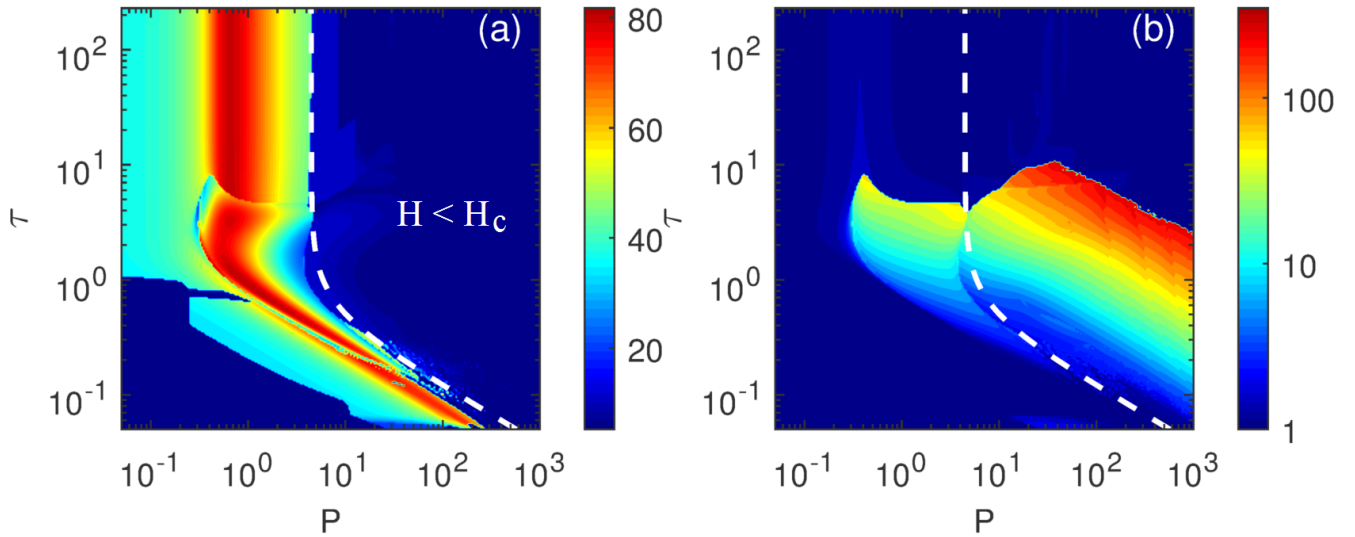


Рисунок 3.5 – Эффективность сложения Гауссовских импульсов (3.9) (в процентах) (a) и коэффициент сжатия в логарифмическом масштабе (b) в зависимости от амплитуды P и ширины τ Гауссовских импульсов в случае 19-сердцевинного гексагонального световода.

Уровень нулевого значения Гамильтониана $H = H_c$ отмечен белой штриховой линией.

вода и увеличивает устойчивость процесса сжатия (сложения).

Подводя итоги, можно сказать, что 7-сердцевинный гексагональный световод позволяет более эффективно складывать импульсы, чем 19-сердцевинный кольцевой, однако последний обеспечивает более высокую степень сжатия.

Следующим шагом исследования было изучение на примере 19-сердцевинного световода влияния модуляции начальных импульсов на предлагаемую схему сложения и сжатия (рисунок 3.7). Начальными импульсами выступали Гауссовские импульсы, амплитуды которых были промодулированы в зависимости от расстояния до центральной сердцевинки:

$$\tilde{U}_{n,m}(0, t) = \sqrt{P} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \left[1 + M \cos\left(\pi \frac{n^2 + 3m^2}{N^2}\right)\right]. \quad (3.10)$$

Здесь N – максимальный по модулю двумерный номер сердцевин (n или m), а M – модуляционный коэффициент. В расчетах использовалось значение $M = 0.3$, как и в случае кольцевых световодов. Влияние модуляции оказалось не таким серьезным, как в случае кольцевых волокон, однако оно имеет свои особенности. Область в плоскости параметров (P, τ) , при которых наблюдается сжатие, расширилась вследствие увеличения устойчивости схемы сжатия. Аб-

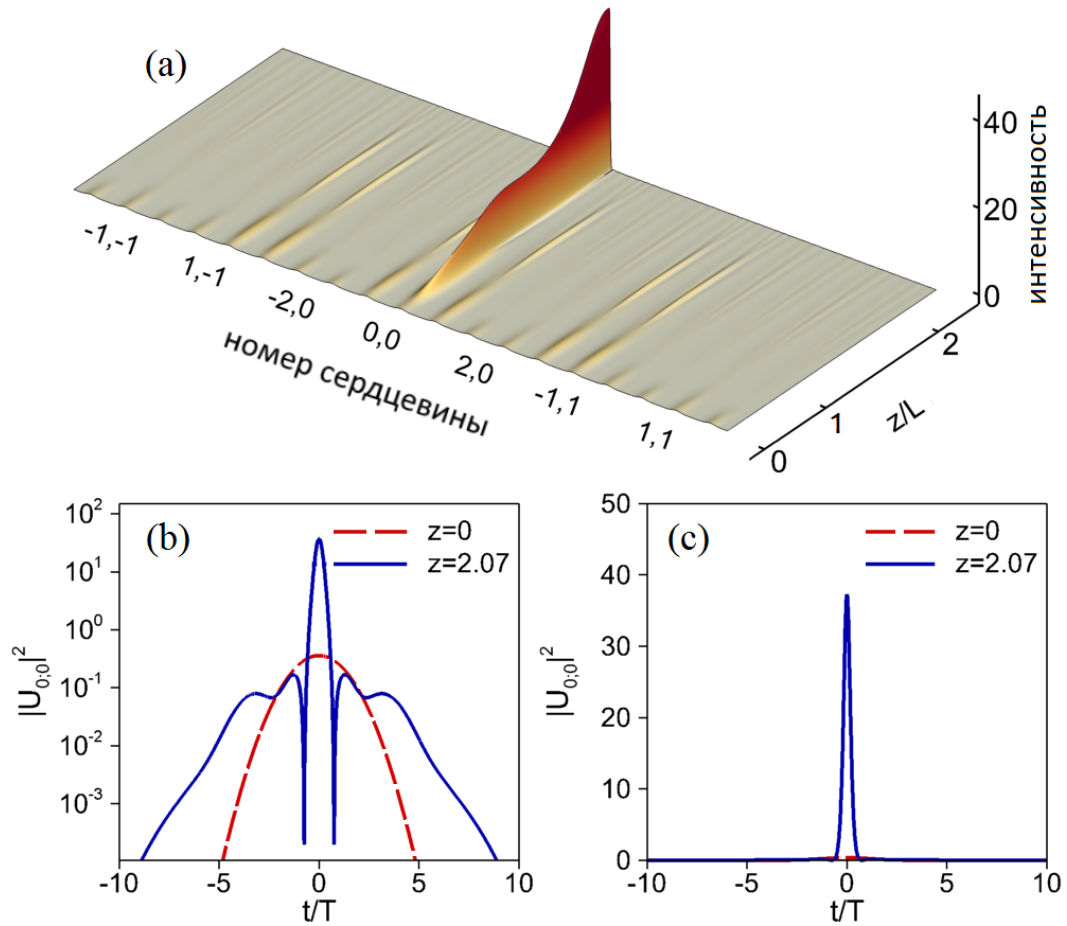


Рисунок 3.6 – Динамика распространения Гауссовских импульсов (3.9) с параметрами $P = 0.36$, $\tau = 1.69$, введенных во все сердцевинки 19-сердцевинного гексагонального световода (режим лучшего сложения импульсов) (а). Соответствующее начальное распределение интенсивности в центральной сердцевине (штриховая красная линия) и распределение в точке максимального сложения (сплошная синяя линия) в логарифмическом (b) и обычном (c) масштабах. Эффективность сложения в центральной сердцевине – 80.9%. Ширина импульса на полувысоте (FWHM) при этом сокращается в 7.3 раз, а пиковая мощность возрастает в 103.4 раз.

абсолютная ширина сжатых импульсов и коэффициент сжатия меньше на 5–10% по сравнению со случаем, когда амплитуды начальных импульсов одинаковы ($M = 0$), что обусловлено уменьшившимся значением полной энергии. Коэффициент увеличения пиковой мощности оказался меньше до двух раз. Расстояние до точки сжатия (сложения) в среднем уменьшилось на 20%. Процент полной энергии E , сконцентрированной в центральной сердцевине, а также доля энергии в центральной части сложеного импульса (без учета пьедестала) имели

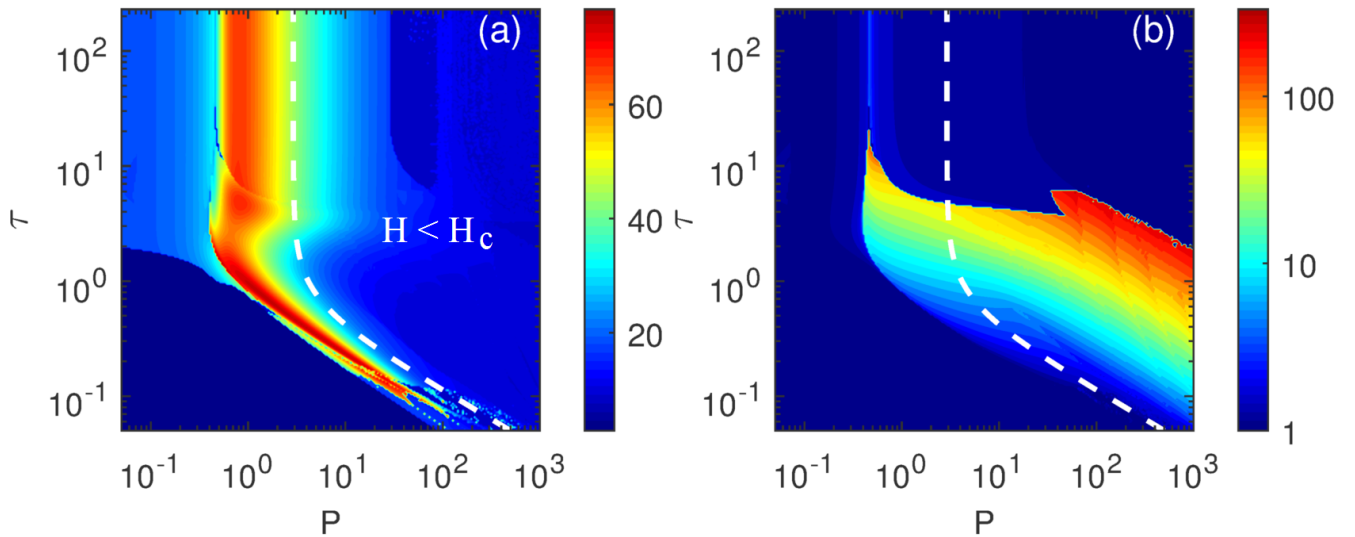


Рисунок 3.7 – Эффективность сложения Гауссовских импульсов (3.10) с коэффициентом модуляции $M = 0.3$ (в процентах) (a) и коэффициент сжатия в логарифмическом масштабе (b) в зависимости от амплитуды P и ширины τ Гауссовских импульсов в случае 19-сердцевинного гексагонального световода. Уровень нулевого значения Гамильтониана $H = H_c$ отмечен белой штриховой линией.

примерно такой же порядок.

Обсудим теперь сжатие и сложение с помощью квадратных световодов, в частности с помощью 21-сердцевинного волокна. Расчеты показали, что между данным световодом и 19-сердцевинным гексагональным световодом нет принципиальной разницы, поэтому графики для квадратного световода не приводятся. Коэффициент сжатия и коэффициент увеличения пиковой мощности в случае гексагонального волокна немного меньше по сравнению с квадратным волокном, что объясняется увеличенным числом сердцевин ($N = 21$) и большим значением полной энергии E . С другой стороны, максимальное число соседей у каждой сердцевины квадратного световода меньше, чем у гексагонального световода (4 против 6), поэтому расстояние до точки сжатия (сложения) в случае квадратного волокна оказывается немного больше.

Основные результаты вычислений обобщены в таблицах 3.1 и 3.2, где также представлены результаты моделирования для некоторых других световодов. Как можно заметить, в случае кольцевых волокон рост числа сердцевин при-

водит к увеличению максимального коэффициента сжатия. Так как критическая величина полной энергии E_{cr} не зависит от числа сердцевин, для создания оптимальных условий при увеличении числа сердцевин требуется уменьшение энергии в сердцевине, в которой генерируется сжатый импульс. Это влечет уменьшение эффективной нелинейности, что увеличивает расстояние до точки оптимального сжатия и сложения. Сжатие становится более чувствительным к малым изменениям мощности и длительности начальных импульсов. В случае гексагональных и квадратных световодов рост числа сердцевин не увеличивает эффективность сжатия и сложения, но динамика импульсов становится более устойчивой и менее чувствительной к форме начальных импульсов. Важно отметить, что для данных световодов наблюдается резкое уменьшение расстояния до точки сжатия (сложения). Также нужно отметить, что между квадратными и гексагональными световодами имеется лишь небольшое качественное отличие.

3.3. Влияние флуктуаций фаз начальных импульсов на схему сжатия и сложения

В схеме линейного сложения импульсов критически важно контролировать относительные фазы между всеми импульсами. В случае же нелинейной схемы сложения с помощью многосердцевинных световодов требование к выравниванию фаз может быть ослаблено. Численное исследование устойчивости предложенной схемы было проведено на примере 19-сердцевинного гексагонального световода. Рассматривался режим наилучшего сложения импульсов (в качестве начальных данных выступали Гауссовские импульсы с параметрами $P = 0.53$ и $\tau = 1.8$). Основные результаты представлены на рисунке 3.8.

Флуктуации фаз начальных импульсов моделировались с помощью случайной функции C_{δ_p} , имеющей равномерное распределение на отрезке $[-\delta_p; \delta_p]$,

Таблица 3.1 – Лучшие режимы сложения импульсов с помощью различных типов многосердцевинных световодов.

Тип световода и число сердцевин	Максимальная эффективность сложения [%]	Расстояние от точки максимального сложения	Абсолютная энергия сложенного импульса	Коэффициент сокращения ширины импульса на полувысоте (FWHM)
Кольцевой 7	83.5	10.36	12.97	5.74
Кольцевой 13	75.4	14.79	14.78	16.1
Кольцевой 19	80.0	65.90	13.71	12.7
Квадр. 9	91.3	3.27	12.78	6.25
Квадр. 13	82.1	2.85	14.42	6.01
Квадр. 21	80.7	3.57	16.03	5.74
Гекс. 7	91.6	1.78	15.13	6.37
Гекс. 13	84.7	0.99	24.44	5.00
Гекс. 19	80.9	2.07	20.49	7.30
Гекс. 31	75.0	1.37	43.47	5.28
Гекс. 37	70.7	1.47	58.67	4.87

Таблица 3.2 – Лучшие режимы сжатия импульсов с помощью различных типов многосердцевинных световодов.

Тип световода и число сердцевин	Максимальное сжатие (FWHM)	Расстояние то точки мак- симального сжатия	Ширина сжатого импульса
Кольцевой 7	307.6	9.68	0.23
Кольцевой 13	569.0	47.32	0.42
Кольцевой 19	720.4	141.08	0.39
Квадр. 9	≈ 250	< 0.4	$\approx 0.02 - 0.07$
Квадр. 13	≈ 250	< 0.6	$\approx 0.02 - 0.06$
Квадр. 21	≈ 250	< 1.1	$\approx 0.02 - 0.09$
Гекс. 7	≈ 260	< 0.1	≈ 0.02
Гекс. 13	≈ 250	< 0.2	$\approx 0.02 - 0.03$
Гекс. 19	≈ 250	< 0.6	$\approx 0.02 - 0.07$
Гекс. 31	≈ 240	< 0.9	$\approx 0.02 - 0.07$
Гекс. 37	≈ 250	< 1.3	$\approx 0.02 - 0.08$

таким образом начальные импульсы представлялись в виде

$$\tilde{U}_{n,m}(t) = U_{n,m}(t) \exp[-iC_{\delta_p}]. \quad (3.11)$$

Параметр δ_p изменялся в пределах от 0 до π . Для каждого из 100 значений параметра δ_p проводилось 1000 расчетов для усреднения полученных результатов. Расчеты показали, что нелинейная схема сложения устойчива при $\delta_p \in [0; \pi/5]$. Такие характеристики, как сокращение временной длительности импульса и доля полной энергии, сложенной в этом импульсе, изменяются не более чем на 10%. Если $\delta_p > \pi/5$, сложение импульсов может произойти в любой сердцевине, а не только в центральной (рисунок 3.8 (а)). Расстояние вдоль световода до точки сложения и стандартное отклонение от среднего значения представлены на рисунке 3.8 (b).

Кроме влияния флуктуаций фаз начальных импульсов также было изучено влияние временных задержек между складываемыми импульсами на устойчивость нелинейной схемы. Случайные временные задержки между импульсами моделировались функцией C_{δ_t} с равномерным распределением на отрезке $[-\delta_t; \delta_t]$, т.е. начальные импульсы имели форму

$$\tilde{U}_{n,m}(t) = U_{n,m}(t - C_{\delta_t}). \quad (3.12)$$

С помощью математического моделирования было показано, что нелинейная схема сложения в данном случае устойчива при $\delta_t \in [0; \tau]$, где $\tau = 1.8$ – ширина вводимых импульсов (рисунок 3.8(c,d)).

3.4. Методы увеличения эффективности сложения

ИМПУЛЬСОВ С ПОМОЩЬЮ ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ СВЕТОВОДОВ

Как было сказано в предыдущих параграфах, предлагаемая нелинейная схема более предпочтительна по сравнению с линейными, так как она намного менее чувствительна к флуктуациям фаз вводимых импульсов. Гексагональная

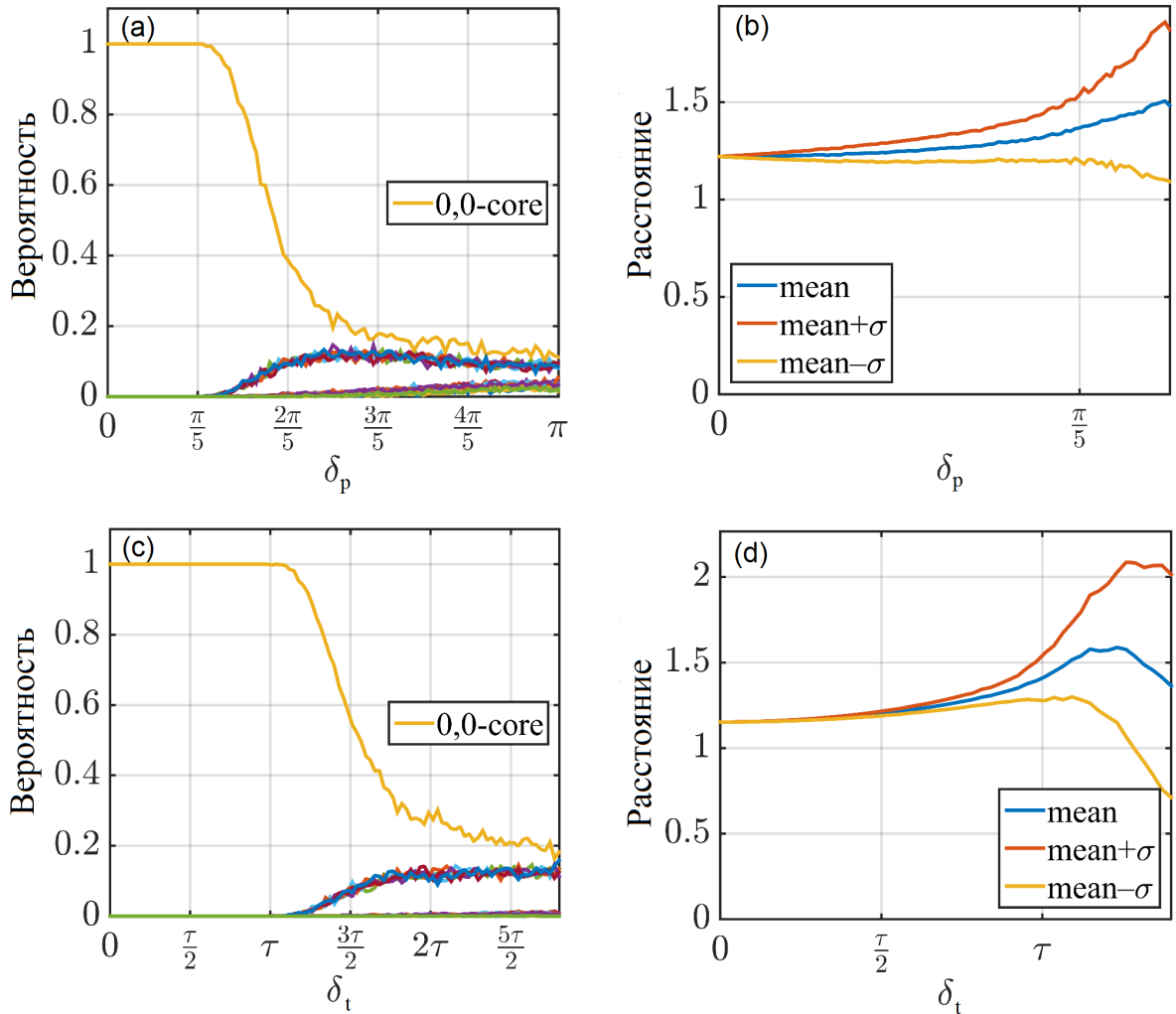


Рисунок 3.8 – Влияние расхождения фаз начальных импульсов и временных задержек между ними на схему сложения. Зависимость вероятности сложения в определенной сердцевине 19-сердцевинного гексагонального световода от величины максимального расхождения фаз δ_p (a) и величины максимальных временных задержек между импульсами δ_t (b) для начальных Гауссовских импульсов с амплитудами $P = 0.53$ и ширинами $\tau = 1.8$. Соответствующее среднее значение (mean) и стандартное отклонение (σ) расстояния до точки сложения импульсов (b,d). Все величины получены путем усреднения результатов моделирования по 1000 запускам.

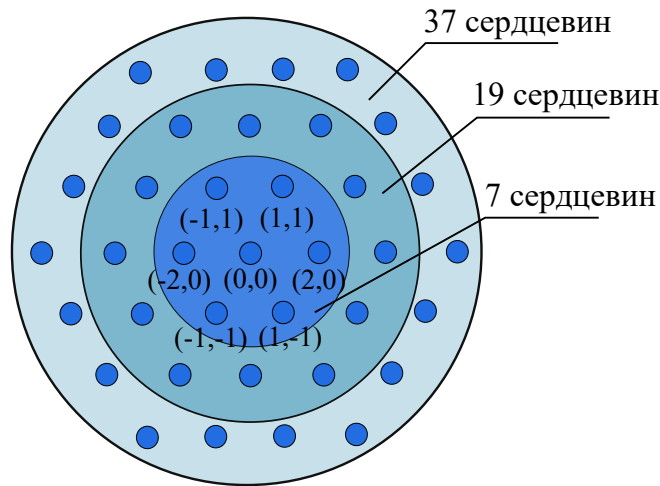


Рисунок 3.9 – Схема рассматриваемых 7, 19 и 37-сердцевинных гексагональных световодов и нумерация сердцевин.

структура сердцевин при этом демонстрирует лучшую эффективность сложения по сравнению с кольцевой структурой. Кроме этого, требуемая для получения сложённого импульса длина гексагонального световода намного меньше. Большое число соседей у каждой сердцевинки усиливает нелинейные эффекты и делает сложение и сжатие более устойчивым и эффективным. Поэтому гексагональные MCF были выбраны для дальнейшего исследования.

Данный параграф посвящен нескольким способам увеличения эффективности сложения с помощью гексагональных световодов. В рамках данного исследования было изучено влияние линейной частотной модуляции (чирпа) и ее дискретного аналога – радиальной фазовой модуляции по сердцевинам [66]. Рассматриваются 7, 19 и 37-сердцевинные гексагональные световоды (рисунок 3.9). В качестве начальных использовались импульсы следующего вида:

$$U_{n,m}(t) = \sqrt{P} \exp \left[-\frac{(1 + i\alpha)t^2}{2\tau^2} \right] \exp(-i\phi R_{n,m}), \quad (3.13)$$

где α – коэффициент, задающий величину чирпа, ϕ – сдвиг фазы, $R_{n,m} = \sqrt{n^2 + 3m^2}/2$ – константа нормировки, пропорциональная относительному расстоянию до сердцевинки с номером (n, m) , таким образом фаза начальных импульсов линейно возрастает с увеличением расстояния от центральной сердцевинки. С помощью численного моделирования были найдены параметры на-

чальных импульсов, обеспечивающие максимальную эффективность сложения каждым из рассматриваемых световодов. Эффективность сложения в данной случае может быть определена как отношение сложённой энергии в центральной сердцевине световода на некотором расстоянии z_{comb} к полной энергии, введённой в систему:

$$\eta = E_{0,0}(z_{comb})/E. \quad (3.14)$$

В каждом отдельном расчёте во все сердцевинки световода запускались Гауссовские импульсы (3.13), имеющие одинаковые амплитуду P и ширину τ . Эволюция импульсов моделировалась с помощью системы НУШ (3.2).

Сначала рассмотрим влияние чирпа на предложенную нелинейную схему сложения. Известно [100], что ширина положительно чирпованных импульсов может сокращаться в среде с аномальной дисперсией. Поэтому добавление положительного чирпа к складываемым импульсам может существенно увеличить эффективность схемы сложения с помощью многосердцевинных световодов. Определим для разных значений параметра чирпа α величину амплитуды P и ширины τ начальных импульсов (3.13), при которых достигается наиболее эффективное сложение η . На рисунке 3.10 (а) представлены полученные результаты для 7, 19 и 37-сердцевинных гексагональных световодов. В данном случае, как и в предыдущих параграфах, находился максимум пиковой мощности импульса в центральной сердцевине, который и принимался за точку максимального сложения. Расчёты показали возможность сложения до 93.3% с помощью 37-сердцевинного гексагонального световода. В случае 19-сердцевинного световода эффективность сложения 97.4%, а в случае 7-сердцевинного – 99.58% при $\alpha = 2.6$. На рисунке 3.10 (б) изображена зависимость коэффициента сжатия сложённого импульса от параметра чирпа α . Как видно из графика, сложённый импульс может быть сжат в 5 – 15 раз. Расстояние до точки наилучшего сложения вдоль световода увеличивается пропорционально числу “колец” из сердцевин вокруг центральной сердцевины: для 7-сердцевинного световода

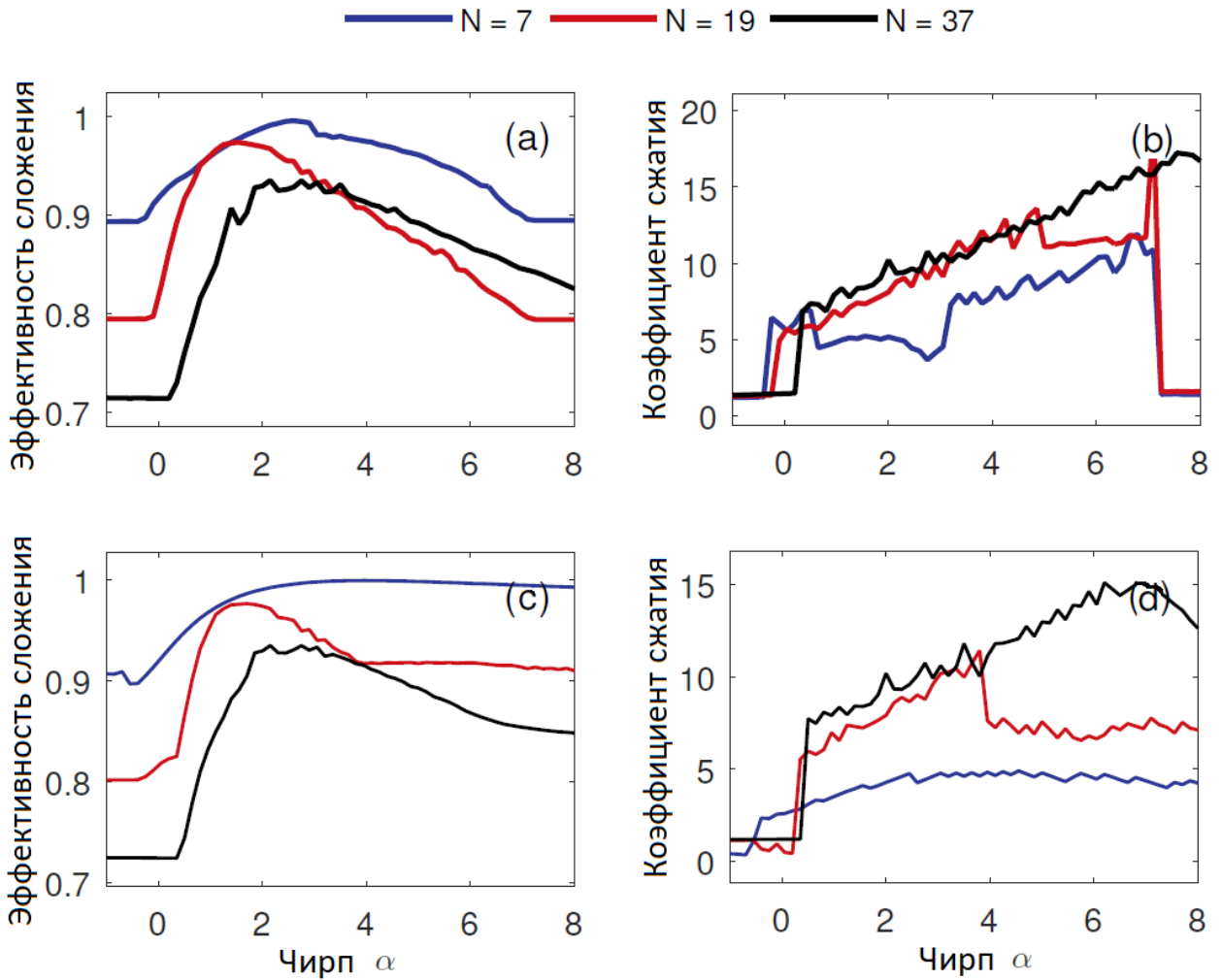


Рисунок 3.10 – Зависимость максимальной эффективности сложения импульсов с помощью рассматриваемых гексагональных световодов (a,c) и коэффициента сжатия (b,d) от величины чирпа начальных импульсов. Графики приведены для случая, когда отслеживался максимум пиковой мощности в центральной сердцевине (a,b), и когда отслеживался максимум доли полной энергии в центральной сердцевине (c,d).

$z_{comb} \approx 1$, для 19-сердцевинного $z_{comb} \approx 2$, а для 37-сердцевинного $z_{comb} \approx 3$.

На рисунке 3.10 (c,d) представлены результаты для 7, 19 и 37-сердцевинных гексагональных световодов полученные при условии, что находится не точка максимума пиковой мощности, а расстояние, при котором наблюдается наибольшее значение энергии в центральной сердцевине. Такой подход позволяет немного улучшить результаты поиска режимов с наибольшей эффективностью сложения, однако достигается это за счет уменьшения коэффициента сжатия сложенного импульса и сокращения его коэффициента возрастания пиковой мощности. Максимальное полученное значение эффективности сложения для

37-сердцевинного световода равняется 93.45%, для 19-сердцевинного 97.58%, а для 7-сердцевинного максимально возможная эффективность равна 99.6%.

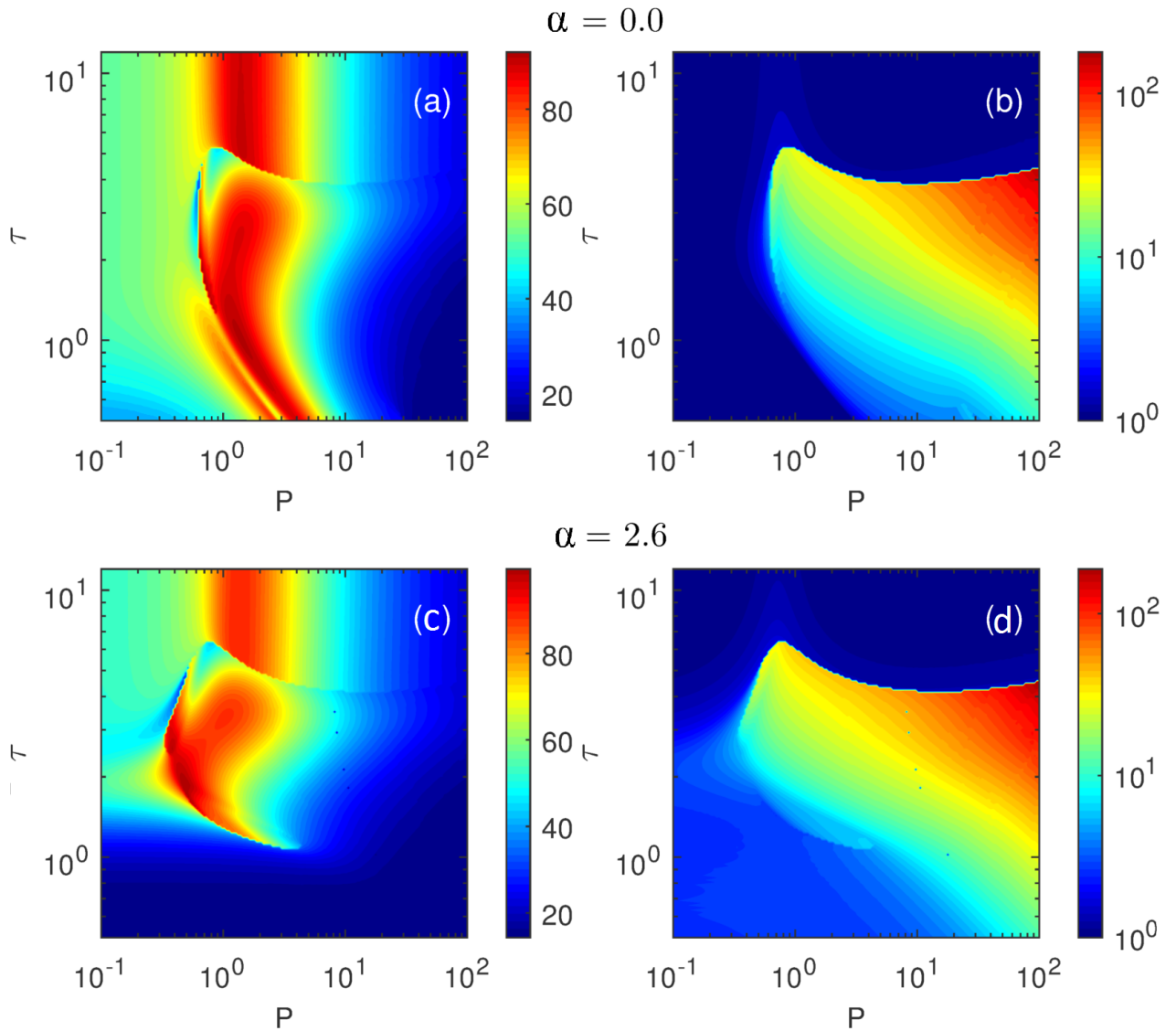


Рисунок 3.11 – (а,с) Эффективность сложения η и (b,d) соответствующий коэффициент сжатия начальных Гауссовских импульсов с параметрами P и τ для 7-сердцевинного гексагонального световода при отсутствии чирпа ($\alpha = 0$) и при значении параметра чирпа $\alpha = 2.6$. В данном случае находился первый максимум пиковой мощности импульса в центральной сердцевине.

На рисунке 3.11 (а) изображена зависимость эффективности сложения с помощью 7-сердцевинного световода начальных импульсов без чирпа, а на рисунке 3.11 (b) представлена соответствующая зависимость коэффициента сжатия. На рисунках 3.11 (с,d) представлены результаты для случая $\alpha = 2.6$, при котором достигается наибольшая эффективность сложения. Как можно заме-

туть, существует широкая область значений параметров, при которых одновременно наблюдается хорошее сложение и сжатия. Данная область сдвигается в сторону широких импульсов при увеличении чирпа начальных импульсов.

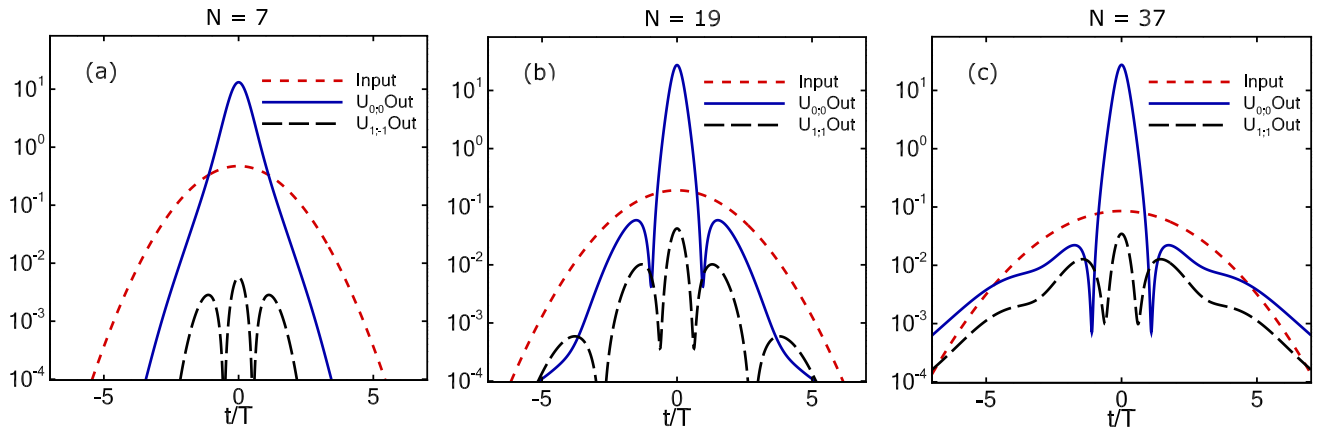


Рисунок 3.12 – Формы начальных импульсов (красные штриховые линии) и формы сложенных импульсов в центральной сердцевине (синие сплошные линии), при которых достигается наибольшая эффективность сложения с помощью рассматриваемых гексагональных световодов.

На рисунке 3.12 изображено распределение в логарифмическом масштабе интенсивности импульсов в центральной сердцевине в начальный момент и на расстоянии вдоль световода, при котором достигается максимальная эффективность сложения для некоторого значения параметра чирпа. Отметим, что форма сложенных импульсов гладкая, пиковая мощность пьедестала небольшая. В случае 7-сердцевинного гексагонального световода сложенный импульс имеет форму, близкую к форме солитона.

Рассмотрим теперь влияние модуляции фазы начальных импульсов на схему сложения. Основываясь на непрерывном уравнении (3.7) и пространственно-временной симметрии данного уравнения, можно ожидать, что запуск в световод Гауссовских импульсов (3.13) с модулированными в зависимости от расстояния до центральной сердцевины фазами может увеличить эффективность сложения импульсов с помощью многосердцевинных световодов. На рисунке 3.13 представлены зависимости основных характеристик от значения сдвига фазы начальных импульсов ϕ . Расчеты показали, что эффективность сложения η воз-

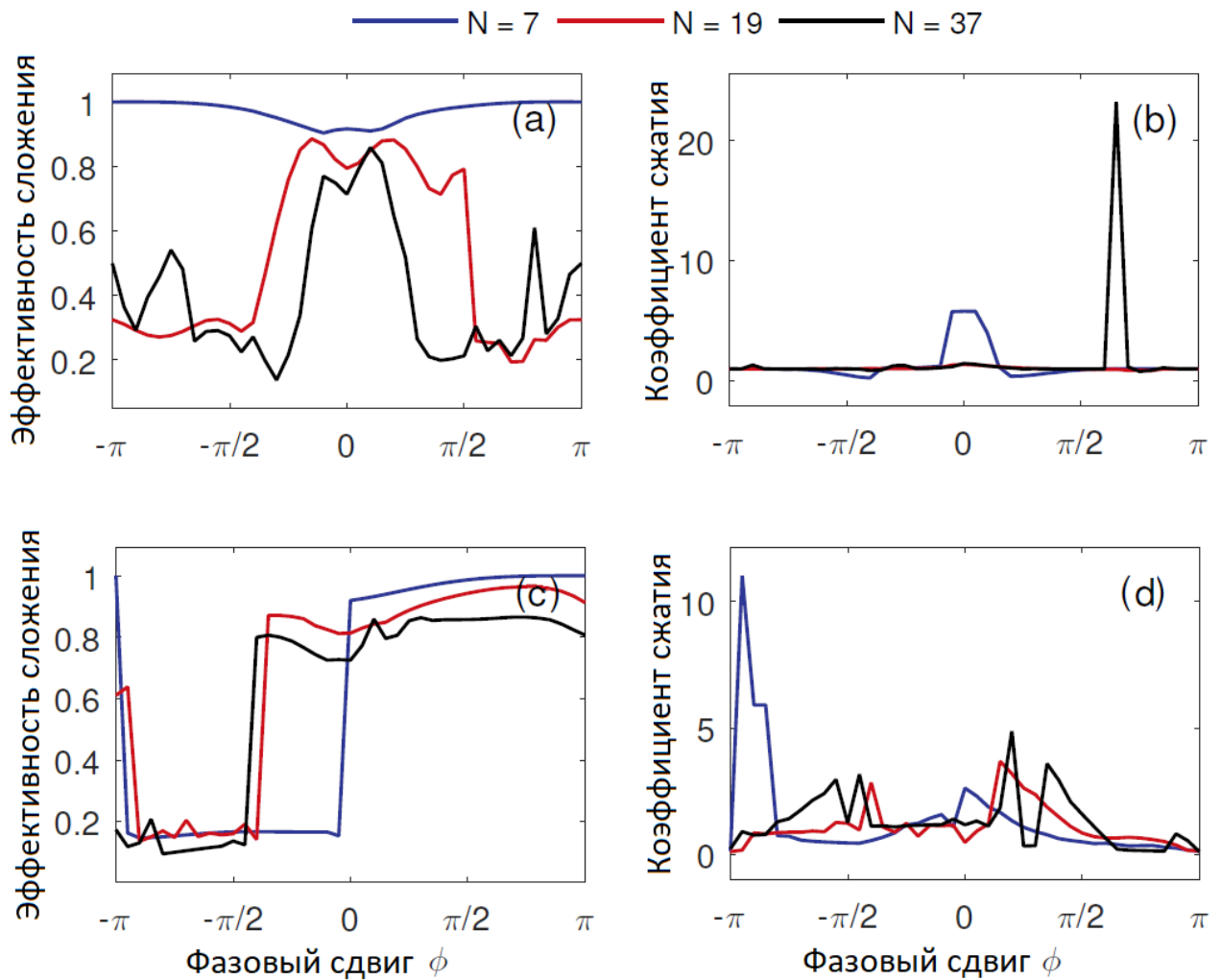


Рисунок 3.13 – Зависимость максимальной эффективности сложения импульсов с помощью рассматриваемых гексагональных световодов (а,с) и коэффициента сжатия (b,d) от модуляции фазы начальных импульсов. Графики приведены для случая, когда отслеживался максимум пиковой мощности в центральной сердцевине (а,b), и когда отслеживался максимум доли полной энергии в центральной сердцевине (с,d).

растает при модуляции ϕ любого знака. Как было указано ранее, только при наличии положительного чирпа эффективность сложения может увеличиться. В случае 7-сердцевинного световода максимальная эффективность немного выше по сравнению с добавлением положительного чирпа и равняется 99.99%. Но в случае 19 и 37-сердцевинных гексагональных световодов эффективность сложения ниже. Режимы с высокой эффективностью сложения достигаются с помощью импульсов с малой амплитудой P .

Исследование устойчивости режимов, обеспечивающих наибольшую эф-

эффективность сложения chirпованных импульсов, показало, что доля энергии в момент сжатия и расстояние до сжатия при росте величины расхождения фаз или временных задержек перестают сохраняться. Для того чтобы изменение данных величин было минимальным, необходимо, чтобы фазы вводимых в световод импульсов отличались друг от друга не более, чем на $\pi/20$, а временные задержки между ними были ограничены величиной $\tau/5$, где τ – ширина вводимых импульсов на полувысоте.

Подводя итоги, в данной параграфе была продемонстрирована возможность эффективного нелинейного сложения с помощью 7, 19 и 37-сердцевинных гексагональных МСФ. Добавление chirпа к начальным импульсам и радиальная модуляция фазы существенно увеличивают эффективность когерентного сложения импульсов.

3.5. Оптимизация сложения импульсов в периферийных сердцевинах с помощью генетического алгоритма

Одной из современных технологий повышения прочностных характеристик металлических изделий на производстве является использование коротких лазерных импульсов высокой мощности. Поверхность обрабатываемого металлического изделия подвергается воздействию последовательности мощных оптических импульсов. Каждый импульс направлен в некоторую точку на поверхности изделия. Для генерации оптических пучков высокой мощности на практике используются различные схемы линейного сложения импульсов. Важным требованием к таким схемам является необходимость точного контроля фаз складываемых пучков для поддержания когерентности выходного импульса.

Ранее в главе с помощью численного моделирования была продемонстрирована возможность использования нелинейных эффектов, возникающих в гексагональных многосердцевинных световодах, для сложения и сжатия оптических импульсов. Такая нелинейная схема по сравнению с традиционными линейны-

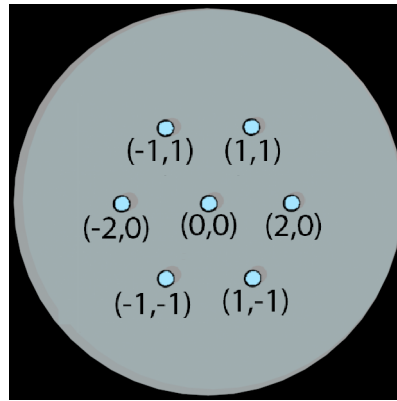


Рисунок 3.14 – Схема рассматриваемого 7-сердцевинного гексагонального световода.

ми имеет ряд преимуществ. В частности, может быть существенно ослаблено требование к контролю фаз. При этом добиться эффективного сложения оказывается возможным путем подбора параметров входных импульсов, в то время как характеристики волокна остаются неизменными.

В данном параграфе демонстрируется принципиальная возможность создания на основе гексагонального многосердцевинного световода устройства для нелинейного сложения импульсов, способного выдавать мощные оптические импульсы, каждый из которых выходит из последовательно выбранной сердцевинки многосердцевинного световода. Принцип работы данного устройства напоминает пулемет в том смысле, что импульсы, как и пули, выходят друг за другом последовательно из разных сердцевин. Так как при этом генерируемые импульсы получены в результате нелинейного сложения оптических импульсов, то данное устройство может быть использовано, например, как устройство для уплотнения металлических изделий. Однако, как было показано в предыдущей главе, при введении полностью одинаковых Гауссовских импульсов в гексагональном световоде сложение импульсов может произойти только лишь в центральной сердцевине. Поэтому основной задачей в данном случае было определить условия, при которых можно эффективно складывать оптические импульсы не в центральной сердцевине, а в произвольной другой, подстраивая параметры вводимых импульсов. Механизм смены сердцевинки для генерации сложеного оптического импульса в данной главе не рассматривается.

Для исследований был выбран 7-сердцевинный гексагональный световод (рисунок 3.14). Для численного моделирования распространения оптических импульсов вдоль него использовалось дискретно-непрерывное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ), решаемое с помощью представленных ранее численных методов. В силу большого числа варьируемых параметров в качестве инструмента поиска выступал генетический алгоритм, широко применяемый для решения задач в оптике [120–131]. Использовалась его готовая программная реализация на языке Python в виде пакета DEAP [132], поддерживающего параллельное исполнение на системах с распределенной памятью с помощью библиотеки SCOOP [133]. В генетическом алгоритме в качестве генотипа каждой отдельной особи в популяции был выбран вектор значений, описывающих параметры вводимых в световод Гауссовских импульсов: амплитуды, ширины, чирпы и фазы. В силу симметрии задачи для 7-сердцевинного гексагонального световода можно рассматривать параметры только 5 импульсов, уменьшив, таким образом, размер оптимизационной задачи. В качестве значения функции приспособленности (fitness) для каждой особи из популяции выступало максимальное значение эффективности сложения импульсов, которое может быть достигнуто при распространении импульсов с заданными параметрами (геномом) вдоль рассматриваемого световода. Всего было исследовано два подхода к определению параметров Гауссовских импульсов, при которых сложенный импульс может быть получен в одной из периферийных сердцевин 7-сердцевинного световода.

Первый подход проще реализовать на практике (в натурном эксперименте). Его суть заключается в подборе величины амплитуды каждого оптического импульса в отдельности. Ширина и чирп у всех импульсов при этом одинаковые. Они также подбираются с целью максимизации эффективности сложения импульсов. Начальные фазы у всех импульсов равны нулю. Таким образом, общее число параметров в решаемой оптимизационной задаче, т.е. размер генома отдельной особи в генетическом алгоритме, равняется 7. Значениями этих па-

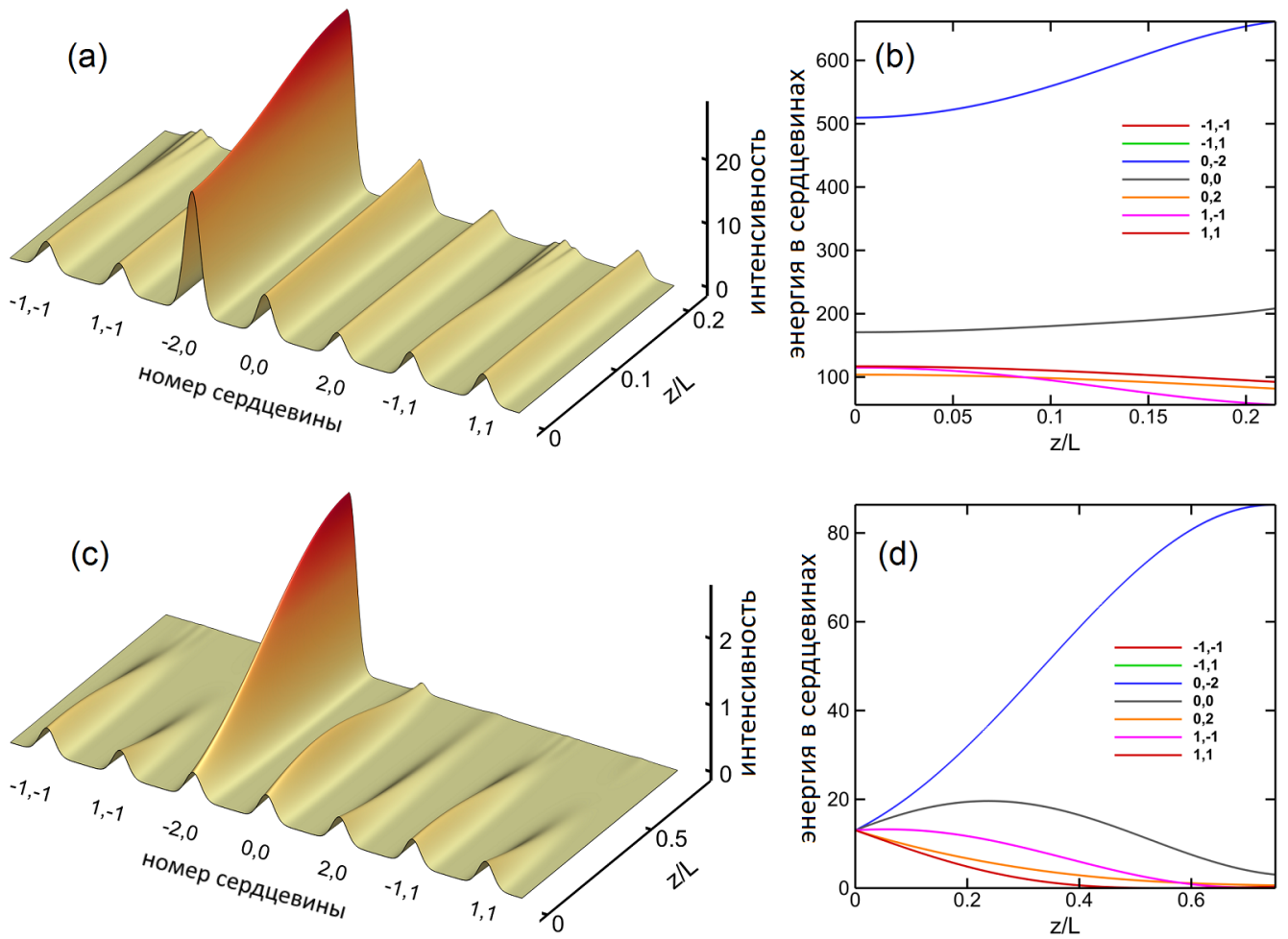


Рисунок 3.15 – Динамика интенсивности оптических импульсов и энергии по сердцевинам для решений, полученных генетическим алгоритмом: с использованием модуляции амплитуд (a,b) и с помощью подбора фаз вводимых импульсов (c,d).

параметров для начальной популяции являются равномерно распределенные случайные величины из заданных интервалов. Как было сказано ранее, в качестве функции приспособленности для оценки “качества” особи выступала полученная после расчета распространения введенных Гауссовских импульсов вдоль световода эффективность сложения этих импульсов.

Если не накладывать никаких дополнительных ограничений на геномы отдельных особей, то для получения на выходе из периферийной сердцевины импульса, обеспечивающего максимальную эффективность сложения, нужно в эту сердцевину ввести chirпованный импульс с пиковой мощностью, превышающей пиковую мощность остальных импульсов на несколько порядков. Конечно, данное решение является тривиальным. При этом не используется нелинейное

сложение импульсов. Поэтому в дальнейшем было введено ограничение на разброс значений амплитуд начальных Гауссовских импульсов. Оказалось, что если амплитуды вводимых импульсов отличаются друг от друга не более чем в 2 раза (а пиковые мощности тогда в 4 раза), то максимальная эффективность сложения таких импульсов, которой можно добиться, равняется 28%. Если же амплитуды отличаются не более чем в 5 раз, максимальная эффективность равняется 53%. В случае расхождения величин амплитуд в 10 раз максимальная эффективность оказывается около 69%.

Второй подход более сложен с технической точки зрения, так как требует управления фазами начальных импульсов. Предлагается сделать одинаковыми у всех вводимых импульсов амплитуду, ширину и чирп и подбирать фазу каждого импульса в отдельности. Таким образом максимизировать эффективность сложения импульсов в периферийной сердцевине путем подбора 8 параметров. В итоге с помощью генетического алгоритма был получен режим, при котором возможно сложение 95% энергии всех введенных импульсов.

Численный анализ устойчивости к флуктуациям фаз начальных импульсов показал, что режимы, полученные в результате применения, как первого, так и второго подходов, имеют достаточный запас устойчивости по отношению к флуктуациям такого рода. Однако они оба чувствительны к временным задержкам между импульсами, причем режимы, полученные с помощью первого подхода, в большей степени.

3.6. Обсуждение результатов и дальнейшие перспективы

Полученные во второй и третьей главах результаты по сложению и сжатию импульсов описаны в терминах безразмерных переменных, поэтому универсальны. Обсудим теперь результаты для многосердцевинных световодов в размерных переменных. Зависимость коэффициента связи C от радиуса сердцевин (в микрометрах) и расстояния между ними, выраженного в радиусах, изображе-

на на рисунке 3.16. Коэффициент связи рассчитан в модели двух одинаковых взаимодействующих сердцевин с номерами m и p по формуле

$$C_{m,p} = \frac{k_0^2}{2\beta_{0p}\sqrt{I_m I_p}} \iint (n^2 - n_m^2) F_m F_p dx dy, \quad (3.15)$$

где F_m и F_p – пространственные распределения мод в сердцевинах m и p , k_0 – волновое число, β_{0p} – константа распространения моды в сердцевине p , $I_m = \sqrt{\iint F_m(x, y)^2 dx dy}$, $n(x, y)$ – пространственное распределение показателя преломления по всему сечению световода, $n_m(x, y)$ – распределение показателя преломления изолированной сердцевины, в которой распространяется пространственная мода m [39, 102]. В расчетах использовалась мода LP_{01} .

Типичная длина взаимодействий между сердцевинами пропорциональна $1/C$. У волокон, использующихся для передачи данных, коэффициент связи $C = 15.7 \text{ km}^{-1}$ [39], поэтому длина взаимодействий около 64 м. Временной масштаб $T = \sqrt{-\beta_2/(2C)}$ равняется примерно 0.8 пс. Масштаб энергии $E = CT/\gamma = 10 \text{ pJ}$. В результате сжатия импульсов с такой длительностью в рамках данной модели получаются импульсы с длительностью нескольких фемтосекунд. Для таких импульсов, конечно, перестает быть применима керровская модель нелинейности, также необходимо по-другому учитывать дисперсионные эффекты. Уравнения (2.2) и (3.1) перестают быть применимыми, поэтому нахождение максимально возможной величины сжатия требует отдельного исследования.

Если рассматривать световоды с более слабой связью и повышенной ДГС β_2 , ширина начальных импульсов может быть увеличена до десятков или сотен пикосекунд. В таком случае возможно сжатие импульсов до длительности в несколько сотен пикосекунд. Однако волновая динамика станет более чувствительной к пространственным вариациям коэффициента связи.

Обсудим теперь возможное практическое применение предложенной схемы нелинейного сжатия и сложения. Обработка материалов сверхкороткими фемтосекундными лазерными импульсами является перспективной технологи-

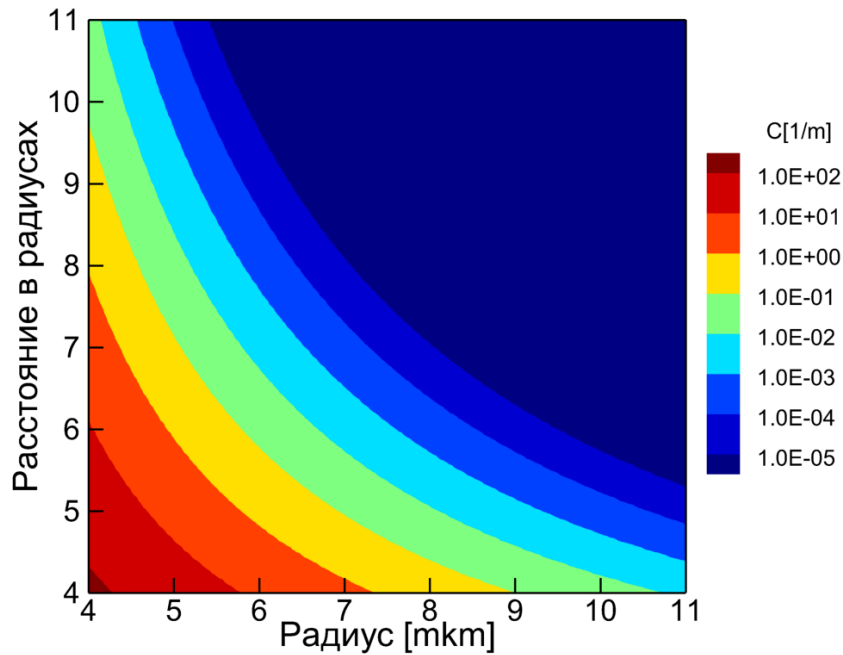


Рисунок 3.16 – Коэффициент связи между соседними сердцевинами в многосердцевинном световоде в зависимости от радиуса сердцевины (в микрометрах) и расстояния между сердцевинами, выраженного в радиусах этих сердцевины.

ей, позволяющей получать узкие резы с минимальной зоной термического влияния. Импульсы длительностью в несколько сотен пикосекунд могут быть получены с помощью простых электрооптических затворов. Генерация более коротких импульсов требует сложных и дорогих технологий (например, усиление чирпованных импульсов – chirped pulse amplification, CPA). Использование компрессоров оптических импульсов на основе многосердцевинных световодов может упростить устройство лазеров ультракоротких импульсов и сократить их стоимость. Для сложения импульсов многосердцевинные световоды могут применяться в волоконных лазерах вместо усилителей. В третьей главе было показано, что с помощью гексагональных световодов возможно эффективное сложение импульсов практически любой длительности (см. рисунки 3.2 и 3.5), что может быть весьма удобно на практике.

Однако при создании прототипа устройства для сжатия и сложения импульсов, имеющего в своей основе отрезок многосердцевинного волокна, могут

возникнуть определенные сложности. Главным образом, они заключаются в том, что на практике трудно создать световод с одинаковым коэффициентом связи между сердцевинами вдоль всей его длины. Коэффициент связи экспоненциально зависит от расстояния между сердцевинами. Поэтому желательно сократить длину взаимодействий в волокне, увеличив коэффициент связи. Уменьшение длины световода до 1 метра позволяет сделать коэффициент связи C одинаковым. В этом случае характерный временной масштаб равняется 100 фс, а характерный масштаб энергии около 1 пДж. В главе было показано, что можно эффективно складывать импульсы с энергией $\sim 1000E_{cr} \approx 1 \mu\text{Дж}$. Изменяя параметры, можно сжимать импульсы длительностью от пикосекунды до десятков фемтосекунд.

Кроме требования к длине световода, были также определены требуемые физические характеристики всего устройства в целом. В частности, источник импульсного лазерного излучения должен работать на частоте, при которой на импульсы действует аномальная дисперсия (например, 1550 нм для стандартного кварцевого световода) и обеспечивать пиковую мощность отдельного вводимого в световод импульса в пределах от 1 Вт до 10 кВт. Выходная пиковая мощность устройства для сжатия оптических импульсов должна быть не более 5 МВт. Данные оценки были получены после определения зависимости коэффициента связи между сердцевинами от радиуса сердцевины и расстояния между ними, а также с учетом того, что все базовые величины (единичная мощность, единичная временная длительность и единичное расстояние) напрямую зависят от коэффициента связи. Для данного устройства необходимо использовать световод с повышенной нелинейностью ($n_2 \approx 20 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$), расстояние между сердцевинами должно быть не менее 4-х радиусов сердцевины (при меньших расстояниях перестает работать использованная математическая модель), но не более 8 расстояний, так как иначе коэффициент связи будет слишком низким. Радиус сердцевины должен быть в пределах от 4 мкм до 9 мкм.

В заключение, обсудим список возможных компонент прототипа устрой-

ства для сжатия оптических импульсов. Кроме участка многосердцевинного волокна с повышенной нелинейностью и источника лазерного излучения, необходимы также контроллер поляризации и аттенюатор (attenuator) для управления поляризацией входных импульсов и их мощностью, соответственно. Также требуются оптические разделители (splitters) для расщепления лазерного импульса и система линз. Кроме этого понадобятся измеритель мощности и автокоррелятор для определения формы выходящего импульса.

3.7. Выводы к третьей главе

При гладком распределении энергии эволюция интенсивности в сердцевинах описывается с помощью НУШ – 2D для кольцевых конфигураций сердцевин и 3D для гексагональных и квадратных структур. Понимание процесса сложения и сжатия импульсов возможно, благодаря хорошо изученному явлению волнового коллапса. В главе было продемонстрировано, что процесс сложения согласуется с теорией волнового коллапса.

В случае гексагональных световодов эффективность сложения оказывается выше, чем в случае кольцевых многосердцевинных световодов. Кроме этого, уменьшается требуемая для генерирования сжатых и сложенных импульсов длина световода, что делает гексагональные световоды потенциально лучшими по сравнению с кольцевыми световодами для практической реализации на их основе устройств для сжатия и сложения импульсов.

В главе показана возможность сложения нечирпованных Гауссовских импульсов с помощью 7-сердцевинного гексагонального световода с эффективностью 91.6%, а также сжатие оптических импульсов до 256 раз. В случае 19-сердцевинного гексагонального световода были найдены режимы, обеспечивающие эффективность сложения, равную 80.9%, и сжатие до 250 раз.

В виде таблиц обобщены основные результаты оптимизации сжатия и сложения нечирпованных Гауссовских импульсов с помощью различных типов све-

товодов. Представлены результаты исследования влияния различных флуктуаций вводимых импульсов на устойчивость схемы сжатия (сложения) с помощью гексагональных многосердцевинных световодов. Проведена оптимизация сложения chirпованных Гауссовских импульсов с помощью гексагональных световодов. Также обсуждаются параметры гипотетического устройства, использующего данный нелинейный эффект.

В главе также продемонстрирована возможность нелинейного сложения оптических импульсов с помощью 7-сердцевинного гексагонального волокна в одной из периферийных сердцевин. Это открывает новые возможности для использования многосердцевинных световодов в качестве устройств для пространственно-временного мультиплексирования. Предложены два подхода для реализации сложения chirпированных оптических импульсов в периферийной сердцевине: с помощью подбора амплитуд и с помощью подбора фаз. С использованием генетического алгоритма определены режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения при заданных ограничениях на характеристики начальных Гауссовских импульсов.

Заключение

Сформулируем основные результаты диссертационной работы.

Для решения систем линейно связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ), описывающих динамику оптического поля в многосердцевинных световодах, предложено обобщение метода расщепления по физическим процессам, включающее вычисление матричной экспоненты в частотной области с помощью аппроксимации Паде. Данный метод превосходит конечно-разностные схемы в скорости и точности вычислений при малом размере системы связанных НУШ. Также разработано обобщение компактной диссипативной схемы с итерациями на случай систем линейно связанных НУШ. Обобщенная разностная схема имеет повышенный порядок аппроксимации и обладает абсолютной устойчивостью. Предложенные численные алгоритмы позволяют решать системы связанных НУШ с линейными связями любого вида.

На основе представленных численных алгоритмов разработан программный комплекс моделирования многосердцевинных световодов. Комплекс позволяет проводить численное моделирование распространения оптического поля в многосердцевинных световодах с кольцевыми, гексагональными и квадратными конфигурациями сердцевин.

В работе с помощью математического моделирования показана возможность сжатия оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов в несколько сотен раз, а также когерентного сложения нечирпованных импульсов с эффективностью более 80%. В случае гексагональных световодов добавлением положительного чирпа и радиальной модуляции фаз начальных импульсов оказалось возможным повысить эффективность сложения на величину до 20%. Также показано, что предложенная нелинейная схема сжатия и сложения устойчива по отношению к флуктуациям фаз начальных импульсов и временных задержек между импульсами.

В работе продемонстрирована возможность эффективного сложения опти-

ческих импульсов с помощью гексагонального световода в одной из его периферийных сердцевин. С использованием генетического алгоритма определены режимы, обеспечивающие максимальную эффективность сложения при заданных ограничениях на характеристики начальных импульсов.

На основе предложенного метода сложения и сжатия оптических импульсов могут быть разработаны новых типы фотонных устройств, такие как компрессоры оптических импульсов, а также устройства для когерентного сложения оптических импульсов.

Благодарности

Автор выражает глубокую и искреннюю благодарность научному руководителю доктору физ.-мат. наук М. П. Федоруку за всестороннюю поддержку, выбор темы диссертации и постановку задач. Отдельную благодарность автор выражает О. В. Штыриной, С. К. Турицыну и А. М. Рубенчику за неоценимую помощь во время выполнения работы. Кроме этого, автор выражает слова благодарности М. А. Сорокиной, А. С. Скидину, О. С. Сидельникову, О. В. Юшко и И. А. Яруткиной за ценные замечания и плодотворные дискуссии.

Список литературы

1. Richardson, D. J. Filling the light pipe / D. J. Richardson // Science. — 2010. — Vol. 330, No. 6002. — P. 327–328.
2. Armstrong, J. OFDM for optical communications / J. Armstrong // J. Lightwave Technol. — 2009. — Vol. 27, No. 3. — P. 189–204.
3. Djordjevic, I. B. Orthogonal frequency division multiplexing for high-speed optical transmission / I. B. Djordjevic, B. Vasic // Opt. Express. — 2006. — Vol. 14, No. 9. — P. 3767–3775.
4. Winzer, P. J. Advanced modulation formats for high-capacity optical transport networks / P. J. Winzer, R. J. Essiambre // Journal of Lightwave Technology. — 2006. — Vol. 24, No. 12. — P. 4711–4728.
5. Multicore optical fiber / S. Iano, T. Sato, S. Sentsui et al. // Optical Fiber Communication. — The Optical Society, 1979. — P. WB1.
6. Winzer, P. J. Energy-efficient optical transport capacity scaling through spatial multiplexing / P. J. Winzer // IEEE Photonics Technology Letters. — 2011. — Vol. 23, No. 13. — P. 851–853.
7. Enhancing optical communications with brand new fibers / T. Morioka, Y. Awaji, R. Ryf et al. // IEEE Communications Magazine. — 2012. — Vol. 50, No. 2. — P. S31–S42.
8. Design and fabrication of ultra-low crosstalk and low-loss multi-core fiber / Tetsuya Hayashi, Toshiki Taru, Osamu Shimakawa et al. // Opt. Express. — 2011. — Vol. 19, No. 17. — P. 16576–16592.
9. Crosstalk in multicore fibers with randomness: gradual drift vs. short-length variations / J. M. Fini, B. Zhu, T. F. Taunay et al. // Opt. Express. — 2012. — Vol. 20, No. 2. — P. 949–959.
10. Richardson, D. J. Space-division multiplexing in optical fibres / D. J. Richardson, J. M. Fini, L. E. Nelson // Nat. Photonics. — 2013. — Vol. 7, No. 5. — P. 354–362.

11. Kunimasa, S. Multicore fibers for large capacity transmission / S. Kunimasa, M. Shoichiro // *Nanophotonics*. — 2013. — Vol. 2. — P. 441–454.
12. Ultra-high-density spatial division multiplexing with a few-mode multicore fibre / R. G. H. van Uden, R. A. Correa, E. A. Lopez et al. // *Nat. Photonics*. — 2014. — Vol. 8, No. 11. — P. 865–870.
13. Igarashi, K. 1-exabit/s×km super-nyquist-WDM multi-core-fiber transmission / K. Igarashi, T. Tsuntani, I. Morita // *Optical Communication (ECOC)*. — Systematic Paris Region Systems and ICT Cluster, 2014. — P. 1–3.
14. Single parity check-coded 16QAM over spatial superchannels in multicore fiber transmission / T. A. Eriksson, R. S. Luís, B. J. Puttnam et al. // *Opt. Express*. — 2015. — Vol. 23, No. 11. — P. 14569–14582.
15. Saitoh, K. Multicore fiber technology / K. Saitoh, S. Matsuo // *Journal of Lightwave Technology*. — 2016. — Vol. 34, No. 1. — P. 55–66.
16. Demonstration of multi-core photonic crystal fibre in an optical interconnect / D. M. Taylor, C. R. Bennett, T. J. Shepherd et al. // *Electronics Letters*. — 2006. — Vol. 42, No. 6. — P. 331–332.
17. Seven-core multicore fiber transmissions for passive optical network / B. Zhu, T. F. Taunay, M. F. Yan et al. // *Opt. Express*. — 2010. — Vol. 18, No. 11. — P. 11117–11122.
18. 1000-km 7-core fiber transmission of 10 x 96-Gb/s PDM-16QAM using Raman amplification with 6.5 W per fiber / H. Takara, H. Ono, Y. Abe et al. // *Opt. Express*. — 2012. — Vol. 20, No. 9. — P. 10100–10105.
19. Characterization of crosstalk in ultra-low-crosstalk multi-core fiber / T. Hayashi, T. Taru, O. Shimakawa et al. // *Journal of Lightwave Technology*. — 2012. — Vol. 30, No. 4. — P. 583–589.
20. Longitudinal power decay of a weakly-coupled multi-core fiber / I. Ishida, H. Hamaguchi, K. Takenaga et al. // *IEEE Photonics Technology Letters*. — 2013. — Vol. 25, No. 13. — P. 1270–1273.

21. Korotky, S. K. Price-points for components of multi-core fiber communication systems in backbone optical networks / S. K. Korotky // IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking. — 2012. — Vol. 4, No. 5. — P. 426–435.
22. Coherent propagation and energy transfer in low-dimension nonlinear arrays / S. K. Turitsyn, A. M. Rubenchik, M. P. Fedoruk, E. V. Tkachenko // Phys. Rev. A. — 2012. — Vol. 86. — P. 031804.
23. Power-controlled phase-matching and instability of CW propagation in multicore optical fibers with a central core / A. M. Rubenchik, E. V. Tkachenko, M. P. Fedoruk, S. K. Turitsyn // Opt. Lett. — 2013. — Vol. 38, No. 20. — P. 4232–4235.
24. Amplification and noise properties of an erbium-doped multicore fiber amplifier / K. S. Abedin, T. F. Taunay, M. Fishteyn et al. // Opt. Express. — 2011. — Vol. 19, No. 17. — P. 16715–16721.
25. Optical fiber amplifier employing a bundle of reduced cladding erbium-doped fibers / M. Yamada, K. Tsujikawa, L. Ma et al. // IEEE Photonics Technology Letters. — 2012. — Vol. 24, No. 21. — P. 1910–1913.
26. Amplification method for crosstalk reduction in multi-core fibre amplifier / H. Ono, M. Yamada, K. Takenaga et al. // Electronics Letters. — 2013. — Vol. 49, No. 2. — P. 138–140.
27. Tottori, Y. Low loss optical connection module for seven-core multicore fiber and seven single-mode fibers / Y. Tottori, T. Kobayashi, M. Watanabe // IEEE Photonics Technology Letters. — 2012. — Vol. 24, No. 21. — P. 1926–1928.
28. Watanabe, T. Laminated polymer waveguide fan-out device for uncoupled multi-core fibers / T. Watanabe, M. Hikita, Y. Kokubun // Opt. Express. — 2012. — Vol. 20, No. 24. — P. 26317–26325.
29. Zhou, J. A novel mode multiplexer/demultiplexer for multi-core fibers / J. Zhou, P. Gallion // IEEE Photonics Technology Letters. — 2013. —

- Vol. 25, No. 13. — P. 1214–1217.
30. Richardson, D. J. High power fiber lasers: current status and future perspectives / D. J. Richardson, J. Nilsson, W. A. Clarkson // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2010. — Vol. 27, No. 11. — P. B63–B92.
 31. Kivshar, Y. S. Optical solitons: from fibers to photonic crystals / Y. S. Kivshar. — 5th edition. — New York : Academic, 2003. — 540 p.
 32. Direct numerical simulation of radiation propagation in a multicore fiber / N.N. Elkin, A.P. Napartovich, A.G. Sukharev et al. // *Optics Communications.* — 2000. — Vol. 177, No. 1–6. — P. 207–217.
 33. Energy localization in nonlinear fiber arrays: Collapse-effect compressor / A. B. Aceves, G. G. Luther, C. D. Angelis et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Vol. 75. — P. 73–76.
 34. Optical pulse compression using fiber arrays / A. B. Aceves, G. G. Luther, C. D. Angelis et al. // *Optical Fiber Technology.* — 1995. — Vol. 1, No. 3. — P. 244–246.
 35. Tünnermann, H. Self-focusing in multicore fibers / H. Tünnermann, A. Shirakawa // *Opt. Express.* — 2015. — Vol. 23, No. 3. — P. 2436–2445.
 36. Collapse of the wave field in a one-dimensional system of weakly coupled light guides / A. A. Balakin, A. G. Litvak, V. A. Mironov, S. A. Skobelev // *Phys. Rev. A.* — 2016. — Vol. 94. — P. 063806.
 37. Chan, F. Y. M. Mode coupling dynamics and communication strategies for multi-core fiber systems / F. Y. M. Chan, A. P. T. Lau, H.-Y. Tam // *Opt. Express.* — 2012. — Vol. 20, No. 4. — P. 4548–4563.
 38. Nonlinear soliton matching between optical fibers / C. Agger, S. T. Sørensen, C. L. Thomsen et al. // *Opt. Lett.* — 2011. — Vol. 36, No. 13. — P. 2596–2598.
 39. Mumtaz, S. Reduction of nonlinear penalties due to linear coupling in multicore optical fibers / S. Mumtaz, R. Essiambre, G. Agrawal // *Photonics Technology Letters, IEEE.* — 2012. — Vol. 24, No. 18. — P. 1574–1576.

40. Gasulla, I. Microwave photonics applications of multicore fibers / I. Gasulla, J. Capmany // *IEEE Photonics Journal*. — 2012. — Vol. 4, No. 3. — P. 877–888.
41. Connecting silicon photonic circuits to multicore fibers by photonic wire bonding / N. Lindenmann, S. Dottermusch, M. L. Goedecke et al. // *Journal of Lightwave Technology*. — 2015. — Vol. 33, No. 4. — P. 755–760.
42. Wright, L. G. Controllable spatiotemporal nonlinear effects in multimode fibres / L. G. Wright, D. N. Christodoulides, F. W. Wise // *Nat. Photonics*. — 2015. — Vol. 9, No. 5. — P. 306–310.
43. Mushref, M. A. Vortex field propagation in a hexagonal multicore fiber array / M. A. Mushref // *Optics and Photonics Journal*. — 2014. — Vol. 4, No. 1. — P. 1–7.
44. Mushref, M. A. Propagation of an optical vortex in fiber arrays with triangular lattices / M. A. Mushref. — *Theses and Dissertations*. — University of Wisconsin-Milwaukee, 2014. — 150 p.
45. Stable optical vortices in nonlinear multicore fibers / L. Hadzievski, A. Maluckov, A. Rubenchik, S. Turitsyn // *Light Sci Appl*. — 2015. — Vol. 4. — P. e314.
46. Gahagan, K. T. Trapping of low-index microparticles in an optical vortex / K. T. Gahagan, G. A. Swartzlander // *J. Opt. Soc. Am. B*. — 1998. — Vol. 15, No. 2. — P. 524–534.
47. Coherent combining of 49 laser beams from a multiple core optical fiber by a spatial light modulator / J. Lhermite, E. Suran, V. Kermene et al. // *Opt. Express*. — 2010. — Vol. 18, No. 5. — P. 4783–4789.
48. Coherent beam combining with an ultrafast multicore Yb-doped fiber amplifier / L. P. Ramirez, M. Hanna, G. Bouwmans et al. // *Opt. Express*. — 2015. — Vol. 23, No. 5. — P. 5406–5416.
49. Turitsyn, S. K. Wave collapse and optical-pulse compression / S. K. Turitsyn // *Phys. Rev. A*. — 1993. — Vol. 47. — P. R27–R29.

50. Cheo, P. K. A high-brightness laser beam from a phase-locked multicore Yb-doped fiber laser array / P. K. Cheo, A. Liu, G. G. King // IEEE Photonics Technology Letters. — 2001. — Vol. 13, No. 5. — P. 439–441.
51. Collective coherent phase combining of 64 fibers / J. Bourderionnet, C. Belanger, J. Primot, A. Brignon // Opt. Express. — 2011. — Vol. 19, No. 18. — P. 17053–17058.
52. Temporal pulse division in hollow fiber compressors / H. Jacqmin, A. Jullien, B. Mercier, R. Lopez-Martens // J. Opt. Soc. Am. B. — 2015. — Vol. 32, No. 9. — P. 1901–1909.
53. Spectral division amplification of a 40 nm bandwidth in a multicore Yb doped fiber and femtosecond pulse synthesis with in-fiber delay line / Ph. Rigaud, V. Kermene, G. Bouwmans et al. // Opt. Express. — 2015. — Vol. 23, No. 21. — P. 27448–27456.
54. Ionel, L. Non-collinear spectral coherent combination of ultrashort laser pulses / L. Ionel, D. Ursescu // Opt. Express. — 2016. — Vol. 24, No. 7. — P. 7046–7054.
55. Fan, T. Laser beam combining for high-power, high-radiance sources / T. Fan // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. — 2005. — Vol. 11, No. 3. — P. 567–577.
56. Coherent combination of ultrafast fiber amplifiers / M. Hanna, F. Guichard, Y. Zaouter et al. // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2016. — Vol. 49, No. 6. — P. 062004.
57. Nonlinear pulse combining and pulse compression in multi-core fibers / A. M. Rubenchik, I. S. Chekhovskoy, M. P. Fedoruk et al. // Opt. Lett. — 2015. — Vol. 40, No. 5. — P. 721–724.
58. Чеховской, И. С. Использование аппроксимации Паде для решения систем нелинейных уравнений Шредингера с помощью метода расщепления по физическим процессам / И. С. Чеховской // Вычислительные технологии. — 2015. — Т. 20, № 3. — С. 99–108.

59. Nonlinear combining and compression in multicore fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // *Phys. Rev. A.* — 2016. — Vol. 94. — P. 043848.
60. Numerical approaches to simulation of multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, V. I. Paasonen, O. V. Shtyrina, M. P. Fedoruk // *Journal of Computational Physics.* — 2017. — Vol. 334. — P. 31–44.
61. Чеховской, И. С. Математическое моделирование распространения электромагнитного излучения в многоядерных оптических волокнах / И. С. Чеховской // Труды Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс», Новосибирск. — 2014. — С. 34.
62. Рубенчик, А. М. Сжатие и сложение оптических импульсов в многосердцевидных волноводах / А. М. Рубенчик, С. К. Турицын, М. П. Федорук, И. С. Чеховской, О. В. Штырина // Труды XV Всероссийской конференции по волоконной оптике, Пермь. — 2015. — С. 105–106.
63. Чеховской, И. С. Нелинейное сжатие и сложение оптических импульсов в многоядерных волноводах / И. С. Чеховской, А. М. Рубенчик, М. П. Федорук, С. К. Турицын, О. В. Штырина // Тезисы докладов XVI Всероссийской конференции по математическому моделированию и информационным технологиям, Красноярск. — 2015. — С. 56–57.
64. Чеховской, И. С. Параллельная реализация двух вычислительных алгоритмов для моделирования распространения оптических импульсов в многосердцевидных волноводах с использованием технологии OpenMP / И. С. Чеховской // VIII Российско-германская школа-конференция молодых ученых по параллельному программированию и высокопроизводительным вычислениям, Новосибирск. — 2015. — С. 9.
65. Чеховской, И. С. Нелинейное сложение chirпированных оптических импульсов в многосердцевидных световодах / И. С. Чеховской, А. М. Рубенчик, С. К. Турицын, М. П. Федорук, О. В. Штырина // Тезисы Российского семинара по волоконным лазерам, Новосибирск. — 2016. — С. 61–62.

66. Nonlinear pulse combining and compression in multi-core fibers with hexagonal lattice / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // Photonics and Fiber Technology 2016 (ACOFT, BGPP, NP). — Optical Society of America, 2016. — P. NTh4A.5.
67. Pulse combining and compression in multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // CLEO Focus Meeting at European Conference on Optical Communication (ECOC 2016). — 2016. — P. 253–255.
68. Чеховской, И. С. Сложение и сжатие оптических импульсов с помощью многосердцевинных световодов / И. С. Чеховской // Тезисы XVII Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям, Новосибирск. — 2016. — С. 83.
69. Nonlinear combining of chirped and phase-modulated Gaussian pulses in multi-core fibers / I. S. Chekhovskoy, A. M. Rubenchik, O. V. Shtyrina et al. // European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC). — 2017. — P. 451.
70. Spatio-temporal multiplexing based on multi-core fiber / I. S. Chekhovskoy, M. A. Sorokina, A. M. Rubenchik et al. // European Conference on Lasers and Electro-Optics and the European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC). — 2017. — P. 457.
71. Захаров, В. Е. Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости / В. Е. Захаров // ЖПМТФ. — 1968. — Т. 6, № 3. — С. 86–94.
72. Кадомцев, Б. Б. Коллективные явления в плазме / Б. Б. Кадомцев. — М.: Наука, 1988. — 304 с.
73. Agrawal, G. Applications of Nonlinear Fiber Optics / G. Agrawal. — Elsevier Science, 2010. — 528 p.
74. Wang, T. Maximum norm error bound of a linearized difference scheme for a coupled nonlinear Schrödinger equations / T. Wang // Journal of Computati-

- onal and Applied Mathematics. — 2011. — Vol. 235, No. 14. — P. 4237–4250.
75. Wang, D. A linearly implicit conservative difference scheme for the space fractional coupled nonlinear Schrödinger equations / D. Wang, A. Xiao, W. Yang // *Journal of Computational Physics*. — 2014. — Vol. 272, No. 0. — P. 644–655.
76. Dehghan, M. A Chebyshev pseudospectral multidomain method for the soliton solution of coupled nonlinear Schrödinger equations / M. Dehghan, A. Taleei // *Computer Physics Communications*. — 2011. — Vol. 182, No. 12. — P. 2519–2529.
77. Dehghan, M. Numerical solution of system of n-coupled nonlinear Schrödinger equations via two variants of the meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) method / M. Dehghan, M. Abbaszadeh, A. Mohebbi // *Computer Modeling in Engineering and Sciences*. — 2014. — Vol. 100, No. 5. — P. 399–444.
78. Chen, Y. Multi-symplectic splitting method for the coupled nonlinear Schrödinger equation / Y. Chen, H. Zhu, S. Song // *Computer Physics Communications*. — 2010. — Vol. 181, No. 7. — P. 1231–1241.
79. High-order compact splitting multisymplectic method for the coupled nonlinear Schrödinger equations / Y. Ma, L. Kong, J. Hong, Y. Cao // *Computers & Mathematics with Applications*. — 2011. — Vol. 61, No. 2. — P. 319–333.
80. Taha, T. R. Parallel split-step Fourier methods for the coupled nonlinear Schrödinger type equations / T. R. Taha, X. Xu // *The Journal of Supercomputing*. — 2005. — Vol. 32, No. 1. — P. 5–23.
81. Wang, S. Numerical computations for N-coupled nonlinear Schrödinger equations by split step spectral methods / S. Wang, T. Wang, L. Zhang // *Applied Mathematics and Computation*. — 2013. — Vol. 222, No. 0. — P. 438–452.
82. Hardin, R. H. Applications of the split-step Fourier method to the numerical solution of nonlinear and variable coefficient wave equations / R. H. Hardin, F. D. Tappert // *SIAM Review*. — 1973. — Vol. 15, No. 2. — P. 423.
83. Nonlinear deep-water waves: theory and experiment. Part 2. Evolution of a

- continuous wave train / B. M. Lake, H. C. Yuen, H. Rungaldier, W. E. Ferguson // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1977. — Vol. 83, No. 1. — P. 49–74.
84. Taha, T. R. Analytical and numerical aspects of certain nonlinear evolution equations. II. Numerical, nonlinear Schrödinger equation / T. R. Taha, M. I. Ablowitz // *Journal of Computational Physics*. — 1984. — Vol. 55, No. 2. — P. 203–230.
85. Havel, T. F. Matrix decompositions of two-dimensional nuclear magnetic resonance spectra. / T. F. Havel, I. Najfeld, J. X. Yang // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. — 1994. — Vol. 91, No. 17. — P. 7962–7966.
86. Sidje, R. B. A numerical study of large sparse matrix exponentials arising in markov chains / R. B. Sidje, W. J. Stewart // *Computational Statistics & Data Analysis*. — 1999. — Vol. 29, No. 3. — P. 345–368.
87. Franklin, G. F. *Digital Control of Dynamic Systems* / G. F. Franklin. — 3rd edition. — Addison-Wesley, 1998. — 742 p.
88. Moler, C. Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix, twenty-five years later / C. Moler, C. V. Loan // *SIAM Review*. — 2003. — Vol. 45, No. 1. — P. 3–49.
89. Higham, N. The scaling and squaring method for the matrix exponential revisited / N. Higham // *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* — 2005. — Vol. 26, No. 4. — P. 1179–1193.
90. Baker, G. Padé Approximants. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications* / G. Baker. — Cambridge University Press, 1996. — 764 p.
91. Split-step complex Pade-Fourier depth migration / L. Zhang, J. W. Rector, G. M. Hoversten, S. Fomel // *Geophysical Journal International*. — 2007. — Vol. 171, No. 3. — P. 1308–1313.
92. Smadi, M. A compact split step Pade scheme for higher-order nonlinear Schrödinger equation (HNLS) with power law nonlinearity and fourth order dispersion / M. Smadi, D. Bahloul // *Computer Physics Communications*. —

2011. — Vol. 182, No. 2. — P. 366–371.
93. Xu, Z. Semi-implicit operator splitting Pade method for higher-order nonlinear Schrödinger equations / Z. Xu, J. He, H. Han // Applied Mathematics and Computation. — 2006. — Vol. 179, No. 2. — P. 596–605.
 94. Bhatt, H. P. Higher order exponential time differencing scheme for system of coupled nonlinear Schrödinger equations / H. P. Bhatt, A. Q. Khaliq // Applied Mathematics and Computation. — 2014. — Vol. 228, No. 0. — P. 271–291.
 95. Паасонен, В. И. Компактная диссипативная схема для нелинейного уравнения Шредингера / В. И. Паасонен, М. П. Федорук // Вычислительные технологии. — 2011. — Т. 16, № 6. — С. 68–73.
 96. Turitsyn, S. K. Dispersion-managed solitons in fibre systems and lasers / S. K. Turitsyn, B. G. Bale, M. P. Fedoruk // Physics Reports. — 2012. — Vol. 521, No. 4. — P. 135–203.
 97. Микеладзе, Ш. Е. О численном интегрировании уравнений эллиптического и параболического типов / Ш. Е. Микеладзе // Изв. АН СССР. Математика. — 1941. — Т. 5, № 1. — С. 57–74.
 98. Sherman, J. Adjustment of an inverse matrix corresponding to changes in a given column or a given row of the original matrix / J. Sherman, W. J. Morrison // Annals of Mathematical Statistics. — 1949. — Vol. 20, No. 4. — P. 621–622.
 99. Skiba, Y. N. A non-iterative implicit algorithm for the solution of advection-diffusion equation on a sphere / Y. N. Skiba // International Journal for Numerical Methods in Fluids. — 2015. — Vol. 78, No. 5. — P. 257–282.
 100. Agrawal, G. Nonlinear Fiber Optics / G. Agrawal. — 4th ed. edition. — Boston : Academic Press, 2013. — 529 p.
 101. Chekhovskoy, I. S. Using Pade approximation for solving systems of nonlinear Schrodinger equations by the split-step Fourier method / I. S. Chekhovskoy // Computational technologies. — 2015. — Vol. 20, No. 3. — P. 99–108.

102. Mumtaz, S. Nonlinear propagation in multimode and multicore fibers: Generalization of the Manakov equations / S. Mumtaz, R. Essiambre, G. Agrawal // *Journal of Lightwave Technology*. — 2013. — Vol. 31, No. 3. — P. 398–406.
103. Bogomolov, Y. I. Split-step Fourier method for nonlinear Schrodinger equation / Y. I. Bogomolov, A. Yunakovsky // *DAYS on DIFFRACTION 2006*. — Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2006. — P. 34–42.
104. Varga, R. S. *Matrix Iterative Analysis* / R. S. Varga. — 2nd edition. — Springer Berlin Heidelberg, 2000. — 358 p.
105. Kuznetsov, E. Solitons in a parametrically unstable plasma / E. Kuznetsov // *Sov. Phys. Dokl.* — 1977. — Vol. 22. — P. 507–508.
106. Observation of Kuznetsov-Ma soliton dynamics in optical fibre / B. Kibler, J. Fatome, C. Finot et al. // *Scientific Reports*. — 2012. — Vol. 2. — P. 463.
107. Petrov, V. MKL FFT performance – comparison of local and distributed-memory implementations [Электронный ресурс] / V. Petrov. — Intel Report. — 2012. — Режим доступа: <https://software.intel.com/en-us/articles/mkl-fft-performance-using-local-and-distributed-implementation>. — (Дата обращения: 11.07.2017).
108. Multidimensional solitons in fiber arrays / A. B. Aceves, A. M. Rubenchik, S. K. Turitsyn, C. De Angelis // *Opt. Lett.* — 1994. — Vol. 19, No. 5. — P. 329–331.
109. All-optical-switching and pulse amplification and steering in nonlinear fiber arrays / A. B. Aceves, C. De Angelis, G. G. Luther et al. // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1995. — Vol. 87, No. 1–4. — P. 262–272.
110. Silberberg, Y. Collapse of optical pulses / Y. Silberberg // *Opt. Lett.* — 1990. — Vol. 15, No. 22. — P. 1282–1284.
111. Three-dimensional light bullets in arrays of waveguides / S. Minardi, F. Eilenberger, Y. V. Kartashov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105. — P. 263901.

112. Tran, T. X. Light bullets in nonlinear waveguide arrays under the influence of dispersion and the Raman effect / T. X. Tran, D. C. Duong, F. Biancalana // *Phys. Rev. A.* — 2014. — Vol. 90. — P. 023857.
113. Ren, W. A study on the coupling coefficients for multi-core fibers / W. Ren, Z. Tan // *Optik - International Journal for Light and Electron Optics.* — 2016. — Vol. 127, No. 6. — P. 3248–3252.
114. Mumtaz, S. Spatially multiplexed transmission in multicore fibers: Role of core coupling on system performance / S. Mumtaz, G. P. Agrawal, R.-J. Essiambre // *Frontiers in Optics 2012/Laser Science XXVIII.* — Optical Society of America, 2012. — P. FW1D.2.
115. Localized modes in a circular array of coupled nonlinear optical waveguides / K. Hizanidis, S. Droulias, I. Tsopelas et al. // *International Journal of Bifurcation and Chaos.* — 2006. — Vol. 16, No. 06. — P. 1739–1752.
116. Zakharov, V. E. Solitons and collapses: two evolution scenarios of nonlinear wave systems / V. E. Zakharov, E. A. Kuznetsov // *Physics-Uspekhi.* — 2012. — Vol. 55, No. 6. — P. 535.
117. Spatiotemporal optical bullets in two-dimensional fiber arrays and their stability / A. B. Aceves, O. V. Shtyrina, A. M. Rubenchik et al. // *Phys. Rev. A.* — 2015. — Vol. 91. — P. 033810.
118. Sharper criteria for the wave collapse / E. A. Kuznetsov, J. J. Rasmussen, K. Rypdal, S. K. Turitsyn // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* — 1995. — Vol. 87, No. 1-4. — P. 273–284.
119. Turitsyn, S. K. Nonstable solitons and sharp criteria for wave collapse / S. K. Turitsyn // *Phys. Rev. E.* — 1993. — Vol. 47. — P. R13–R16.
120. Photonic crystal fiber design by means of a genetic algorithm / E. Kerrinckx, L. Bigot, M. Douay, Y. Quiquempois // *Opt. Express.* — 2004. — Vol. 12, No. 9. — P. 1990–1995.
121. Suitable Subcarrier Design for Subcarrier Multiplexing on Multimode Fiber by Parallel Genetic Algorithm / P. Benprom, C. Pinthong, S. Kaitwanidvilai

- et al. // International Technical Conference on Circuits Systems, Computers and Communications. — 2009. — P. 1109–1112.
122. Rosen S. Focusing and scanning through flexible multimode fibers without access to the distal end [Электронный ресурс] / S. Rosen, D. Gilboa, O. Katz, Y. Silberberg. — Режим доступа: <https://arxiv.org/abs/1506.08586>. — (Дата обращения: 11.07.2017).
123. Askarov, D. Long-period fiber gratings for mode coupling in mode-division-multiplexing systems / D. Askarov, J. M. Kahn // Journal of Lightwave Technology. — 2015. — Vol. 33, No. 19. — P. 4032–4038.
124. Current status of few mode fiber amplifiers for spatial division multiplexed transmission / S. Alam, Y. Jung, Q. Kang et al. // Journal of Optics. — 2016. — Vol. 45, No. 3. — P. 275–284.
125. Da Silva, J. P. Ge-doped microstructured fiber design by genetic algorithm for directional coupling / J. P. da Silva // Microwave and Optical Technology Letters. — 2013. — Vol. 55, No. 2. — P. 281–285.
126. Prudenzano, F. Advances in modeling of photonic structures for glass lasers / F. Prudenzano // Proc. SPIE. — 2012. — Vol. 8257. — P. 825709.
127. Step Index Holey Fiber Design By Genetic Algorithm For Directional Coupling / J. P. O. da Silva, J. M. Camara, H. E. Hernandez-Figueroa, H. E. V. F. Rodrigues-Esquerre // Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications. — 2014. — Vol. 13. — SI-1. — P. 39–51.
128. Semi-deterministic versus genetic algorithms for global optimisation of multichannel optical filters / B. Ivorra, B. Mohammadi, P. Redont et al. // International Journal of Computational Science and Engineering. — 2006. — Vol. 2, No. 3-4. — P. 170–178.
129. Supercontinuum optimization for dual-soliton based light sources using genetic algorithms in a grid platform / F. R. Arteaga-Sierra, C. Milián, I. Torres-Gómez et al. // Opt. Express. — 2014. — Vol. 22, No. 19. — P. 23686–23693.
130. Somaye, S. H. Multi-variable optimization of an ytterbium-doped fiber laser

- using genetic algorithm / S. H. Somaye // *Optica Applicata*. — 2015. — Vol. 45, No. 3. — P. 355–367.
131. Rosa, L. Optimization of large-mode-area tapered-index multi-core fibers with high differential mode bending loss for ytterbium-doped fiber applications / L. Rosa, K. Saitoh // 36th European Conference and Exhibition on Optical Communication. — 2010. — P. 1–3.
132. DEAP: Evolutionary algorithms made easy / Félix-Antoine Fortin, François-Michel De Rainville, Marc-André Gardner et al. // *Journal of Machine Learning Research*. — 2012. — Vol. 13. — P. 2171–2175.
133. Hold-Geoffroy, Y. Once you SCOOP, no need to fork / Y. Hold-Geoffroy, O. Gagnon, M. Parizeau // Proceedings of the 2014 Annual Conference on Extreme Science and Engineering Discovery Environment. — 2014. — P. 1–8.

Приложение А

Свидетельство о регистрации программы № 2015610111

Программный комплекс предназначен для количественного анализа временного сжатия гауссовских импульсов в многосердцевидном оптическом волокне. В представленном программном комплексе реализованы два численных метода решения нелинейного уравнения Шредингера (НУШ), использующегося для описания распространения импульсов. Реализованные методы могут быть также полезны для решения многих задач, связанных с НУШ.

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2015610111

**Программный комплекс моделирования многоядерных
световодов "MultiCoreFiber-1"**

Правообладатель: *Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский
государственный университет» (Новосибирский
государственный университет, НГУ) (RU)*

Авторы: *Чеховской Игорь Сергеевич (RU), Штырина Ольга
Владимировна (RU), Федорук Михаил Петрович (RU)*

Заявка № 2014661528

Дата поступления 13 ноября 2014 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 12 января 2015 г.

Врио руководителя Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Л.Л. Курий

